

[최고의 수험물리 전문가]

윤형철

변리사 탄탄물리

[개념+기출]

– 15장 RC,RL,RLC회로 –

“물리는 외우는 과목이 아니라 생각하는 과목입니다.”

세 가지 강의 철학

목차

– 성장기반 물리

(Grow-based Physics)

– 취사선택 물리

(Cut-off Strategy Physics)

– 생각하는 물리

(Thinking Physics)



물리

윤형철 교수

물리 윤형철 교수입니다.

약력

전남과학고등학교 졸업
서울대학교 사범대학 물리교육과 졸업

전 대치 미래탐구
전 대치 새움학원
현 대치 링크물리
현 변리사스쿨 물리 전문교수

개념 POINT

[전기 개관]

물리현상 (문제상황)	→ 물리량	물리법칙
전기현상	① 전하 ② 전기력 ③ 전기장 ④ 전기 퍼텐셜에너지 ⑤ 전기 퍼텐셜(전위) ⑥ 전기 퍼텐셜차(전위차)	쿨롱의 법칙 가우스 법칙

I. RC회로

개념 POINT

1. RC회로

L/U 지금까지는 전류의 크기가 시간에 따라 변하지 않는 회로만 다루어 왔다. 여기서는 시간에 따라 변하는 전류에 대해 알아본다.

축전기의 충전 그림 27-15에서 전기용량 C 의 축전기는 충전되어 있지 않은 상태이다. 축전기를 충전시키기 위해 여닫개 S 를 점 a 에 연결하면 축전기, 저항 R 및 기전력 \mathcal{E} 의 이상적인 전지로 이루어진 RC 직렬회로가 된다.

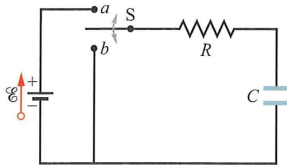


그림 27-15 여닫개 S 가 a 에 연결되면 축전기가 충전된다. 그 후 여닫개가 b 에 연결되면 저항을 통해 축전기가 방전된다.

25-2절처럼 회로가 연결되는 순간에 전하는 축전기와 전지 사이를 흐르게 된다. 이렇게 전류가 흐르면 축전기 양 극판의 전하량 q 가 점점 커지면서 축전기에 걸리는 퍼텐셜차 $V_C(=q/C)$ 도 점점 커진다. 이 퍼텐셜차가 전지에 걸리는 퍼텐셜차, 즉 기전력 \mathcal{E} 와 같아지면 전류는 0이 된다. 완전히 충전된 축전기의 최종 평형전하량은 식 25-1, $q = C\mathcal{E}$ 에 따라 $C\mathcal{E}$ 가 된다.

여기서 충전과정을 자세히 살펴보자. 특히 충전과정 중에 축전기 양 극판에 쌓이는 전하 $q(t)$ 와 퍼텐셜차 $V_C(t)$, 그리고 회로에 흐르는 전류 $i(t)$ 가 시간에 따라 어떻게 변하는지 살펴보자. 먼저 전지의 음극에서 시계방향으로 회로를 따라가면서 고리규칙을 적용하면 다음을 얻는다.

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0. \quad (27-30)$$

왼쪽의 마지막 항은 축전기 양 극판에 걸리는 퍼텐셜차이다. 전지의 양극에 연결된 축전기 위 부분의 퍼텐셜이 아래 부분보다 높기 때문에 이 항은 음수이다. 즉, 축전기를 지나가면서 퍼텐셜이 떨어지게 된다.

식 27-30에는 미지수가 i 와 q , 두 개이므로 식을 바로 풀 수 없다. 그러나 두 변수는 서로 무관한 것이 아니라

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (27-31)$$

의 관계를 만족한다. 따라서 식 27-30의 i 에 이 식을 대입하여 정리하면 다음을 얻는다.

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E} \quad (\text{충전 방정식}). \quad (27-32)$$

이 미분방정식은 그림 27-15의 회로에 들어 있는 축전기의 전하량 q 가 시간에 따라 어떻게 변하는지를 알려준다. 미분방정식을 풀려면 축전기가 초기에는 충전되지 않았다는 조건, 즉 $t = 0$ 일 때 $q = 0$ 인 조건을 만족하는 미분방정식의 해 $q(t)$ 를 구하면 된다.

식 27-32의 해는 다음과 같다.

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{축전기의 충전}). \quad (27-33)$$

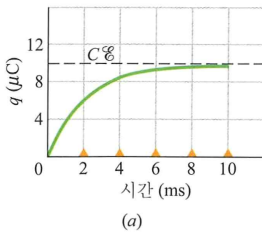
여기서 e 는 2.718...인 무리수이다. 미분방정식을 직접 풀지 않더라도 위 식을 식 27-32에 넣으면 방정식을 잘 만족하므로 올바른 해임을 간접적으로 확인할 수 있다. 식 27-33에서 $t = 0$ 이면 $e^{-t/RC}$ 가 1이 되므로 $q = 0$ 이 된다. 즉, 원하는 초기 조건을 잘 만족한다. 또한 t 가 무한히 커지면, 즉 오랜 시간이 지난 뒤에는 $e^{-t/RC}$ 는 0으로 접근하므로 평형상태에서의 전하량 $q = C\mathcal{E}$ 가 된다. 그림 27-16a는 충전과정 중 전하 $q(t)$ 의 시간변화를 나타낸 그래프이다.

전하 $q(t)$ 를 시간에 대해 미분한 것이 축전기를 충전하는 전류 $i(t)$ 이므로

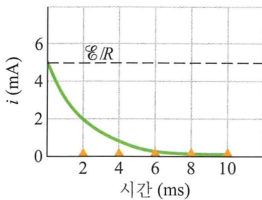
$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)e^{-t/RC} \quad (\text{축전기의 충전}) \quad (27-34)$$

이다. 그림 27-16b는 전류 $i(t)$ 의 그래프이다. 전류의 초기값은 \mathcal{E}/R 이며 축전기가 완전히 충전되면 0이 된다.

축전기의 전하는 저항의 전류가 감소함에 따라 증가한다.



(a)



(b)

그림 27-16 (a) 그림 27-15의 축전기에 전하가 쌓여가는 모습을 나타낸 식 27-33의 그래프. (b) 그림 27-15의 회로에서 충전 전류가 줄어드는 모습을 나타낸 식 27-34의 그래프. 두 그래프는 $R = 2000\Omega$, $C = 1\mu\text{F}$, $\mathcal{E} = 10\text{V}$ 에 대한 것이다. 작은 삼각형은 시간 상수 τ 의 시간간격이다.

축전기를 충전시키면 초기에는 보통의 도선처럼 전류가 흐르다가, 오랜 시간이 지나면 전류가 끊어진 도선처럼 된다.

식 25-1, $q = CV$ 와 식 27-33을 결합하면 충전과정 중에 나타나는 축전기 양끝의 퍼텐셜차는 다음과 같다.

$$V_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{축전기의 충전}). \quad (27-35)$$

이 식에서 $t = 0$ 일 때 $V_C = 0$ 이며 $t \rightarrow \infty$ 일 때, 즉 축전기가 완전히 충전된 후에는 $V_C = \mathcal{E}$ 가 됨을 알 수 있다.

시간상수 식 27-33, 27-34와 27-35에 나타나는 RC 의 차원은 시간이다. 지수함수에서 지수 부분은 차원이 없어야 한다. RC 의 단위를 보면 $1\Omega \times 1\text{F} = 1.0\text{s}$ 이므로 시간의 차원임을 알

수 있다. RC를 회로의 전기용량 시간상수라고 하는데, 이를 기호 τ 로 표시하면

$$\tau = RC \quad (\text{시간상수}) \quad (27-36)$$

이다. 식 27-33에서 $t = \tau (= RC)$ 이면 그림 27-15의 축전기에 다음의 전하가 충전된다.

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-1}) = 0.63C\mathcal{E}. \quad (27-37)$$

즉, 시간상수 τ 동안 최종값 $C\mathcal{E}$ 의 63%가 충전된다. 그림 27-16에서 시간축에 표시한 조그만 삼각형들은 시간상수의 시간간격이다.

축전기의 방전 그림 27-15의 축전기가 충분히 충전되어 퍼텐셜차 V_0 가 전지의 기전력 \mathcal{E} 와 같다고 하자. 이때를 시간 $t = 0$ 으로 하고 여닫개 S를 a에서 b로 바꾸면 축전기의 전하는 저항기 R을 통해서 방전된다. 이때 축전기의 전하 $q(t)$ 와 회로에 흐르는 전류 $i(t)$ 는 시간에 따라 어떻게 변할까?

$q(t)$ 에 대한 미분방정식은 식 27-32와 같지만 방전회로에는 전지가 없으므로 $\mathcal{E} = 0$ 이다. 따라서 다음을 얻는다.

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (\text{방전 방정식}). \quad (27-38)$$

이 미분방정식의 해는 다음과 같다.

$$q = q_0 e^{-t/RC} \quad (\text{축전기의 방전}). \quad (27-39)$$

여기서 $q_0 (= CV)$ 는 축전기의 초기 전하량이다. 식 27-39를 27-38에 넣으면 방정식을 잘 만족하므로 식 27-38이 올바른 해임을 확인할 수 있다.

식 27-39에서 q 가 시간에 따라 지수함수적으로 감소하며, 그 비율은 전기용량 시간상수 $\tau = RC$ 에 의해 정해진다. 시간 $t = \tau$ 일 때 축전기의 전하는 $q_0 e^{-1}$, 즉 초기값의 37%가 된다. τ 가 클수록 방전하는 데 오래 걸린다.

식 27-39를 미분하면 전류 $i(t)$ 에 대한 다음의 식을 얻는다.

$$i = \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q_0}{RC}\right)e^{-t/RC} \quad (\text{축전기의 방전}). \quad (27-40)$$

따라서 전류 역시 τ 로 결정되는 비율로 지수함수적으로 감소함을 알 수 있다. 전류의 초기값 i_0 는 q_0/RC 이다. i_0 는 $t = 0$ 일 때의 회로에 고리규칙을 적용하여도 얻을 수 있다. 즉, 초기에는 축전기의 초기 퍼텐셜값 V_0 가 저항기 R의 양끝에 걸리므로 전류는 $i_0 = V_0/R = (q_0/C)/R = q_0/RC$ 가 된다. 식 27-40에 나타나는 음의 부호는 축전기의 전하 q 가 줄어든다는 뜻이다.

2. 정전에너지

개념 POINT

U U

축전기를 대전시키기 위해서는 외부에서 일을 해야만 한다. 대전되지 않은 축전기의 한 극판으로부터 “마술 핀셋”을 사용하여 전자를 하나씩 떼어내어 다른 극판으로 옮긴다고 가정해 보자. 이 경우 극판 사이의 공간에 전자를 옮기는 데 방해가 되는 방향으로 전기장이 형성될 것이다. 따라서 전자가 축전기 극판에 쌓일수록 추가로 전자를 옮기는 데는 더 많은 일이 필요하게 된다. 실제로는 “마술 핀셋”이 일을 하는 것이 아니라 전지에 축적된 화학에너지가 일을 한다.

축전기를 대전시키는 데 필요한 일이 극판 사이의 전기장에 전기 퍼텐셜에너지 U 의 형태로 저장된다고 가정하자. 원한다면 회로 내에서 축전기를 방전시켜서 이 에너지를 다시 얻을 수도 있다. 이것은 당겨진 활에 저장된 퍼텐셜에너지가 활시위를 놓으면 화살의 운동에너지로 전환되는 것과 같다.

어떤 순간에 한 극판에서 다른 극판으로 전하 q' 을 옮긴다고 가정하자. 이때 극판들 사이의 퍼텐셜차 V' 은 q'/C 일 것이다. 한편 추가로 옮길 전하가 dq' 이라면 더 해야 할 일은 식 24-7로부터

$$dW = V' dq' = \frac{q'}{C} dq'$$

이다. 따라서 축전기를 최종값 q 까지 대전시키는 데 필요한 일은

$$W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq' = \frac{q^2}{2C}$$

이다. 이만큼의 일이 퍼텐셜에너지 U 로 축전기에 저장된다. 따라서 다음과 같다.

$$U = \frac{q^2}{2C} \quad (\text{퍼텐셜에너지}). \quad (25-21)$$

한편 식 25-1를 사용하여 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad (\text{퍼텐셜에너지}). \quad (25-22)$$

식 25-21과 식 25-22는 축전기의 모양에 상관없이 항상 성립한다.

에너지의 저장에 관한 물리학적 통찰력을 얻기 위하여 두 평행판 축전기 1과 2를 생각해 보자. 축전기 1의 극판 간격이 축전기 2의 두 배라는 점만 제외하면 같다고 하자. 그러면 축전기 1의 극판 사이의 부피는 축전기 2의 두 배가 되며 식 25-9로부터 전기용량은 축전기 2의 절반이다. 두 축전기가 같은 전하 q 를 가지고 있을 때 식 25-4에 따라 극판 사이의 전기장은 동일하다. 그러면 식 25-21로부터 축전기 1은 축전기 2가 저장하는 퍼텐셜에너지의 두 배가 된다는 것을 알 수 있다. 따라서 전하량이나 전기장이 동일한 두 축전기 중에서 극판 사이의 부피가 두 배인 축전기는 두 배의 퍼텐셜에너지를 저장할 수 있다. 따라서 다음과 같은 결론에 도달한다.



대전된 축전기의 두 극판 사이의 전기장에 퍼텐셜에너지가 저장되는 것으로 볼 수 있다.

II. RL회로

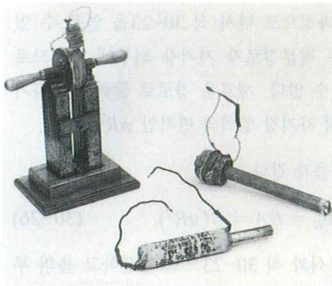
개념 POINT

1. 유도기

UU /

원하는 전기장을 만들기 위해서 축전기를 사용할 수 있다는 것을 25장에서 알아보았고, 한 예로 축전기의 기본형으로 평행판 축전기를 다루었다. 이와 비슷하게 자기장을 만드는 데에는 ∞ 로 표시하는 유도기를 사용할 수 있고, 유도기의 기본형으로 긴 솔레노이드(특히 긴 솔레노이드의 중간 부근)를 다루겠다.

유도기에 감겨 있는 도선에 전류 i 를 흐르게 하면, 유도기의 중간 부근의 단면에는 자기다발 Φ_B 가 통과한다. 이때 유도기의 유도용량을 다음과 같이 정의한다.



Michael Faraday가 유도법칙을 발견했던 최초의 유도기. 당시에는 절연도선 같은 것이 판매되지 않았기 때문에 Faraday는 부인의 스커트를 자른 긴 띠로 도선을 감싸서 절연시켰다고 알려져 있다.

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad (\text{유도용량의 정의}). \quad (30-28)$$

여기서 N 은 도선을 감은 수이다. 도선은 자기다발을 공유하고 있으므로 $N\Phi_B$ 는 유도기를 통과하는 전체 자기다발이다. 따라서 유도용량 L 은 단위전류가 흐를 때 생기는 전체 자기다발이다.

자기다발의 SI 단위는 $T \cdot m^2$ 이므로 유도용량의 SI 단위는 $T \cdot m^2/A$ 이다. 이를 헨리(H)라고 하는데 동시대의 Faraday와 공동으로 유도법칙을 발견한 Joseph Henry의 이름을 딴 것으로

$$1 \text{ 헨리} = 1 \text{ H} = 1 \text{ T} \cdot m^2/A \quad (30-29)$$

이다. 이 장에서는 유도기가 어떤 형태이든지 간에 내부에 철과 같은 자성체를 가지지 않는다고 가정한다. 이러한 물체는 자기장을 변화시키기 때문에 문제가 복잡해진다.

2. 자체유도

개념 POINT

UU U

유도기라 할 수 있는 두 개의 줄고리가 서로 가까이 있을 때, 한 고리에 흐르는 전류 i 는 다른 고리를 통과하는 자기다발 Φ_B 를 만든다. 이때 전류를 변화시켜 자기다발을 변화시키면 두 번째 고리에는 Faraday 법칙에 따라 유도기전력이 생긴다. 마찬가지로 첫 번째 고리에도 유도기전력이 생긴다. 따라서 다음과 같이 기술할 수 있다.



전류가 변하는 모든 전류고리에 유도기전력 \mathcal{E}_L 이 생긴다.

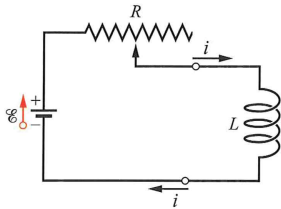


그림 30-13의 과정을 자체유도라고 하고, 이때의 기전력을 자체 유도기전력이라고 한다. 이것도 다른 유도기전력처럼 Faraday의 유도법칙을 따른다.

어느 유도기에서나 식 30-28은

$$N\Phi_B = Li \quad (30-33)$$

이며, Faraday 법칙에 의하면

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} \quad (30-34)$$

그림 30-13 가변저항기의 접촉점을 옮겨서 줄고리에 흐르는 전류를 변화시키면 그 동안 자체 유도기전력 \mathcal{E}_L 이 생긴다.

이므로, 식 30-33과 30-34를 결합하면 다음과 같다.

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} \quad (\text{자체 유도기전력}). \quad (30-35)$$

따라서 어떤 유도기(줄고리, 솔레노이드, 토로이드)라도 시간에 따라 전류가 변하면 자체 유도기전력이 생긴다. 유도기전력의 크기에 영향을 주는 것은 전류의 크기가 아니라 전류의 변화율이다. 자체 유도기전력의 방향은 Lenz의 법칙으로부터 알아낼 수 있다. 식 30-35의 음의 부호는 자체 유도기전력 \mathcal{E}_L 이 전류 i 의 변화를 방해하는 방향으로 생긴다는 뜻이다.

그림 30-14a처럼 유도기에 흐르는 전류가 di/dt 의 비율로 점점 증가한다고 하자. Lenz의 법칙에 따르면 전류가 증가하는 변화를 방해하기 위해 자체 유도기전력이 그림에 표시한 방향으로

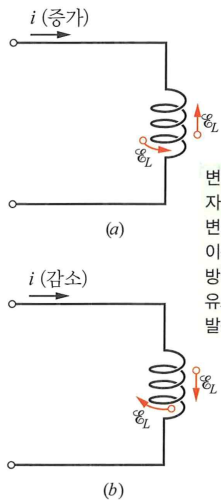


그림 30-14 (a) 전류 i 가 증가할 때 전류고리에 자체 유도기전력 \mathcal{E}_L 이 전류의 증가를 방해하는 방향으로 생긴다. \mathcal{E}_L 을 나타내는 화살표는 도선의 고리를 따라서나 전류고리가 놓여 있는 방향으로 나타낼 수 있는데 둘 다 나타내었다. (b) 전류 i 가 감소할 때 자체 유도기전력 \mathcal{E}_L 이 전류의 감소를 방해하는 방향으로 생긴다.

변화하는 전류는 자기다발을 변화시키고, 이는 변화를 방해하는 유도기전력을 발생시킨다.

생긴다. 한편 그림 30-14b처럼 전류가 점차 줄어들면 전류의 감소를 막기 위해서 그림에 나타난 것처럼 기전력이 반대 방향으로 생긴다. 두 경우 다 기전력은 초기상태를 유지하려고 한다.

30-6절에서 자기다발의 변화가 만드는 전기장과 기전력에서는 전기퍼텐셜을 정의할 수 없다는 것을 알았다. 이것은 그림 30-13의 유도기에서 자체 유도기전력이 생길 때, 자기다발이 변하는 유도기 자신의 내부에서 전기퍼텐셜을 정의할 수 없다는 뜻이다. 그러나 유도기 내부가 아닌 회로의 모든 지점에서는 전기퍼텐셜을 정의할 수가 있다. 이 점들에서는 전하분포가 만드는 전기장이 생기고 이와 관련된 전기퍼텐셜을 정의할 수 있다.

그러나 유도기 양 끝이 변하는 자기다발 영역의 외부라고 가정하면 유도기 양끝의 자체유도 퍼텐셜차 V_L 을 정의할 수 있다. 저항을 무시할 수 있는 이상적인 유도기라면 V_L 의 크기는 자체 유도기전력 \mathcal{E}_L 의 크기와 같다.

유도기 도선의 저항이 r 이라면, 저항기 r (변하는 자기다발 영역의 외부에 놓는다)과 자체 유도기전력이 \mathcal{E}_L 인 이상적인 유도기로 나누어 생각할 수 있다. 기전력 \mathcal{E} , 내부 저항 r 인 실제 전지처럼 유도기 양끝의 전기퍼텐셜은 기전력과 차이가 난다. 앞으로 별다른 언급이 없으면 모든 유도기는 이상적인 것이라고 가정한다.

3. RL회로

UU U

27-9절에서 저항기 R 과 축전기 C 를 직렬로 연결한 양끝에 기전력 \mathcal{E} 를 연결하면 축전기의 전하가 평형값 $C\mathcal{E}$ 에 즉시 이르지 못하고 다음과 같이 지수함수적으로 접근하는 것을 알았다.

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau_C}). \quad (30-36)$$

전하가 충전되는 비율은 식 27-36에서 정의한 전기용량 시간상수

$$\tau_C = RC \quad (30-37)$$

에 의해 결정된다.

만약 기전력을 갑자기 제거하더라도 전하는 즉시 0으로 감소하지 않고 다음과 같은 지수함수 모양으로 0으로 접근한다.

$$q = q_0 e^{-t/\tau_C}. \quad (30-38)$$

시간상수 τ_C 는 전하가 충전되는 것과 더불어 방전되는 비율을 결정한다.

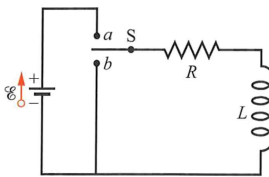


그림 30-15 RL 회로. 여닫개 S를 a 에 연결하면 전류가 증가하기 시작하여 평형값 \mathcal{E}/R 에 도달한다.

이와 비슷하게 저항기 R 과 유도기 L 이 직렬로 연결된 회로에 기전력 \mathcal{E} 를 연결하거나 제거하면 전류가 서서히 증가하거나 감소하게 된다. 그림 30-15에서 여닫개를 a 로 연결하면 저항에 흐르는 전류는 증가하기 시작한다. 만일에 유도기가 없다면 전류는 급격하게 증가하여 평형값 \mathcal{E}/R 에 이를 것이다. 그러나 유도기가 있기 때문에 Lenz의 법칙에 따라 자체 유도기전력 \mathcal{E}_L 이 전류의 증가를 방해하는 방향, 즉 회로에 연결된 기전력과 반대 극성으로 생기게 된다. 이때 저항기의 전류는 전지의 기전력 \mathcal{E} 와 자체 유도기전력 $\mathcal{E}_L (= -L di/dt)$ 의 차이에 따라 흐르게 된다. 따라서 \mathcal{E}_L 이 있는 한 전류는 \mathcal{E}/R 보다 작을 것이다.

이제 시간이 흘러서 전류의 증가가 느려지면 di/dt 에 비례하는 자체 유도기전력의 크기도 작아진다. 따라서 회로에 흐르는 전류도 점차적으로 \mathcal{E}/R 에 접근한다.

이 결과를 다음과 같이 일반화할 수 있다.

처음에 유도기는 자체 전류의 변화를 방해하도록 작용하다가 오랜 시간이 지나면 일반 도선처럼 작용한다.

이제 이 상황을 정량적으로 분석해 보자. 그림 30-15에서 여닫개 S를 a 로 연결하면 그림 30-16의 회로와 동등하다. 회로의 x 점에서 출발하여 전류 i 를 따라 시계방향으로 이동하면서 고리규칙을 적용해 보자.

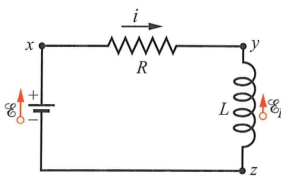


그림 30-16 여닫개를 a 로 연결한 그림 30-15의 회로. x 점에서 출발하여 시계방향으로 고리규칙을 적용한다.

1. 저항기. 저항기에 흐르는 전류와 같은 방향으로 이동하므로 전기퍼텐셜이 iR 만큼 감소한다. 즉, 점 x 에서 점 y 로 이동하면 $-iR$ 의 퍼텐셜 변화가 생긴다.
2. 유도기. 전류가 변하므로 유도기에는 자체 유도기전력 \mathcal{E}_L 이 생긴다. 식 30-35에 의하면 \mathcal{E}_L 의 크기는 $L di/dt$ 이다. 전류 i 가 유도기의 아래쪽으로 증가하면서 흐르기 때문에 그림 30-16에서 \mathcal{E}_L 이 걸리는 방향은 위쪽이다. 따라서 점 y 에서 점 z 까지 이동하면 퍼텐셜의 변화는 $-L di/dt$ 이다.
3. 전지. 점 z 에서 출발점 x 로 되돌아오면 전지의 기전력 때문에 전기퍼텐셜의 변화는 $+\mathcal{E}$ 이다.

따라서 고리규칙을 적용하면

$$-iR - L \frac{di}{dt} + \mathcal{E} = 0$$

즉,
$$L \frac{di}{dt} + Ri = \mathcal{E} \quad (RL \text{ 회로}) \quad (30-39)$$

를 얻는다. 식 30-39는 변수 i 와 i 의 1차미분을 포함하는 미분방정식이다. 이 식을 푸는 것은 어떤 함수 $i(t)$ 와 이 함수의 1차미분을 식 30-39에 대입했을 때 미분방정식을 만족시키고 처음 조건 $i(0) = 0$ 도 만족시키는 함수를 구하는 것이다.

식 30-39와 처음 조건은 q 를 i 로, R 을 L 로, $1/C$ 을 R 로 바꾸었을 때의 식 27-32의 RC 회로와 동일하다. 즉, 식 30-39의 해는 식 27-32의 해와 같은 형태가 되어야 한다. 따라서 이 방정식의 해는

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L}) \quad (30-40)$$

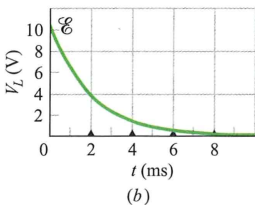
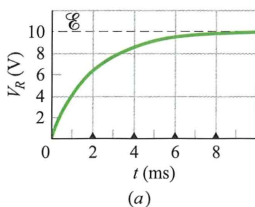
로서 다음과 같다.

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) \quad (\text{전류의 증가}). \quad (30-41)$$

여기서 τ_L 은 유도 시간상수이며 다음과 같다.

$$\tau_L = \frac{L}{R} \quad (\text{시간상수}). \quad (30-42)$$

저항의 퍼텐셜차는 크다.
유도기의 퍼텐셜차는 쉰다.



여닫개를 닫을 때($t = 0$)와 오랜 시간이 흐른 후($t \rightarrow \infty$)에 대해 식 30-41을 점검해 보자. 식 30-41에 $t = 0$ 으로 놓으면 지수부분은 $e^{-0} = 1$ 이 된다. 즉 예상한 것처럼 전류가 처음에는 $i = 0$ 이다. 한편 $t \rightarrow \infty$ 이면 지수부분은 $e^{-\infty} = 0$ 이다. 따라서 식 30-41의 전류는 평형값 \mathcal{E}/R 에 도달한다.

회로의 퍼텐셜차도 다음과 같이 점검해 볼 수 있다. 예를 들어 그림 30-17은 저항기 사이에 걸리는 퍼텐셜차 $V_R (= iR)$ 과 유도기에 걸리는 퍼텐셜차 $V_L (= L di/dt)$ 가 시간에 따라 어떻게 변하는지를 특정한 \mathcal{E} , L , R 의 값에 대해 그린 것이다. 이 그림과 RC 회로에 대응하는 그림 27-16을 주의 깊게 비교해 보자.

$\tau_L (= L/R)$ 이 시간의 차원을 가지는 것을 보여주기 위해 H/Ω 을 다음과 같이 변환시킨다.

$$1 \frac{H}{\Omega} = 1 \frac{H}{\Omega} \left(\frac{1 \text{ V} \cdot \text{s}}{1 \text{ H} \cdot \text{A}} \right) \left(\frac{1 \Omega \cdot \text{A}}{1 \text{ V}} \right) = 1 \text{ s}.$$

괄호 안의 처음의 양은 식 30-35에 의한 전환인자이며, 두 번째 양은 $V = iR$ 에 의한 전환인자이다.

유도 시간상수의 물리적 의미는 식 30-41에서 알 수 있다. 이 식에 $t = \tau_L = L/R$ 을 대입하면 다음을 얻는다.

그림 30-17 그림 30-16에서 (a) 저항기에 걸리는 퍼텐셜차와 (b) 유도기에 걸리는 퍼텐셜차의 시간에 대한 그래프이며, $R = 2000 \Omega$, $L = 4.0 \text{ H}$, $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$ 이다. 작은 삼각형은 유도 시간상수 $\tau_L = L/R$ 단위로 표시한 시간간격이다.

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-1}) = 0.63 \frac{\mathcal{E}}{R}. \quad (30-43)$$

결국 시간상수 τ_L 은 회로에 흐르는 전류가 최종적인 평형값 \mathcal{E}/R 의 약 63%에 도달하는 데 걸리는 시간이다. 저항기에 걸리는 퍼텐셜차 V_R 은 전류 i 에 비례하므로 시간에 대한 전류의 그림은 그림 30-17a에서 V_R 의 그림과 같은 모양을 보인다.

그림 30-15에서 여닫개 S를 a쪽으로 닫고 오랜 시간이 흘러 전류가 평형값 \mathcal{E}/R 에 도달한 후에 여닫개를 열면 그 효과는 회로에서 전지를 제거한 것과 같다(a에서 연결이 끊어진 즉시 b로 연결되어야 한다. 이러한 여닫개를 연결 여닫개라 한다).

전지가 없어지면 저항기에 흐르는 전류도 줄어들 것이다. 이때 전류는 즉시 0이 되지 않고 시간을 두고 줄어든다. 이때의 미분방정식은 식 30-39에서 $\mathcal{E} = 0$ 을 대입한 다음 식과 같다.

$$L \frac{di}{dt} + iR = 0. \quad (30-44)$$

식 27-38, 27-39와 비슷하게 처음 조건 $i(0) = i_0 = \mathcal{E}/R$ 을 만족하는 미분방정식의 해는

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau_L} = i_0 e^{-t/\tau_L} \quad (\text{전류의 감소}) \quad (30-45)$$

이다. RL 회로에서 전류의 증가(식 30-41)나 감소(식 30-45) 모두 같은 유도 시간상수 τ_L 에 의해 결정되는 것을 알 수 있다.

식 30-45에서 i_0 는 시간 $t = 0$ 에서의 전류이다. 이 경우에는 \mathcal{E}/R 이지만 다른 값이 초기값으로 주어질 수도 있다.

4. 자기에너지

개념 POINT

UU IU 서로 반대 부호를 가진 두 대전입자를 멀리 떼어놓을 때 생기는 전기 퍼텐셜에너지는 두 입자가 만드는 전기장의 형태로 저장된다고 볼 수 있다. 두 입자를 다시 가까이 접근시켜서 전기장이 없는 처음의 상태로 되돌릴 수 있다. 이와 비슷한 방법으로 자기장에 에너지가 저장되는 상황을 생각할 수 있다. 그러나 이번에는 전하 대신 전류를 다룬다.

자기장에 저장된 에너지에 대한 정량적인 표현을 유도하기 위해 저항기 R , 유도기 L , 기전력 \mathcal{E} 로 이루어진 그림 30-16을 다시 생각해 보자. 편의상 식 30-39를 다시 표기하면

$$\mathcal{E} = L \frac{di}{dt} + iR \quad (30-46)$$

이다. 이 식은 회로에 흐르는 전류가 증가하는 것을 나타내는 미분방정식이다. 이 방정식은 고리 규칙에서 얻은 식이고, 고리규칙은 단일고리 회로에 대한 에너지 보존의 원리를 표현한 것이다. 식 30-46의 양변에 전류 i 를 곱해주면 다음을 얻는다.

$$\mathcal{E}i = Li \frac{di}{dt} + i^2R. \quad (30-47)$$

이 식은 전지에 의해 한 일과 에너지의 개념으로서 다음과 같은 물리적인 해석이 가능하다.

1. 그림 30-16에서 미소전하량 dq 가 시간 dt 동안 전지를 통과한다면 전지는 전하에 $\mathcal{E}dq$ 의 일을 하므로 전지의 일률은 $(\mathcal{E}dq)/dt$, 즉 $\mathcal{E}i$ 이다. 따라서 식 30-47의 좌변은 기전력이 회로에 공급하는 일률이다.
2. 식 30-47의 맨 오른쪽 항은 저항기를 통해 열에너지로 나타나는 일률이다.
3. 회로에 공급되는 에너지가 열에너지로 나타나지 않으면 에너지 보존의 가정에 따라 유도기의 자기장에 저장된다고 생각할 수 있다. 식 30-47은 RL 회로의 에너지 보존의 원리를 나타내므로 가운데 항은 자기장에 저장되는 에너지의 비율 dU_B/dt 를 나타낼 것이다. 여기서 U_B 는 자기장에 저장되는 자기퍼텐셜 에너지이다.

따라서

$$\frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt} \quad (30-48)$$

이고, 이를 다시 표기하면

$$dU_B = Li di$$

이다. 이를 적분하여

$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i Li di$$

를 얻고, 정리하면 다음과 같다.

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \quad (\text{자기에너지}). \quad (30-49)$$

이것은 전류 i 가 흐르는 유도기 L 에 저장된 에너지이다. 이 식과 전하 q 가 충전된 축전기 C 에 저장된 에너지의 식과 형태가 비슷함을 주목하자. 즉

$$U_E = \frac{q^2}{2C} \quad (30-50)$$

과 비교한다(변수 i^2 은 q^2 에 대응하고, 상수 L 은 $1/C$ 에 대응한다).

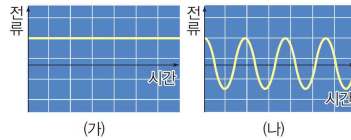
III. 교류 RLC 직렬회로

개념 POINT

1. 교류

(1) 직류와 교류

그림 (가)와 같이 전류의 세기와 방향이 일정한 전류를 직류라고 하고, (나)와 같이 전류의 세기와 방향이 주기적으로 변하는 전류를 교류라고 한다. 안정적인 전류를 필요로 하는 전기 회로, 휴대 전화 등은 직류를 사용하고, 큰 전류를 필요로 하는 전기 제품은 교류를 사용한다.



▲ 직류와 교류의 파형

교류 기호



(2) 교류의 특성

① 교류 전압과 교류 전류: 저항 R 에 주기적으로 변하는 값인 교류 전압 $V = V_0 \sin \omega t$ 를 걸어 주면 교류 전류 I 가 흐른다. 옴의 법칙을 이용하여 교류 전류 I 를 구하면 다음과 같다.

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$$

이때 I_0 은 $\frac{V_0}{R}$ 으로, 최대 전류를 의미한다.

② 교류의 진동수: 전압과 전류가 주기적으로 변하는 교류에서 전압 또는 전류가 한 번 진동하는 데 걸리는 시간을 주기 T 라고 하고, 1초 동안 진동하는 횟수를 진동수(주파수) f 라고 한다. 이때 진동수 f 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$$

진동수의 단위로는 Hz(헤르츠)를 사용한다. 우리나라에 공급되는 교류 전원의 진동수는 60 Hz이지만, 국가에 따라서는 50 Hz를 사용하는 곳도 있다.

③ 교류의 실효값: 교류 전압과 교류 전류는 시간에 따라 크기와 방향이 변하므로 이들의 순간값을 측정하기 어렵다. 따라서 이를 나타내기 위해 평균값을 사용하는데, 한 주기 동안의 평균값은 0이 되므로, 방향에 관계없는 제곱의 평균값을 이용한다. 즉, 한 주기 동안 교류 전압 또는 교류 전류의 제곱의 평균값의 제곱근을 이용하여 교류 전압이나 교류 전류의 세기를 표시하는데, 이를 교류 전압 또는 교류 전류의 실효값이라고 한다.

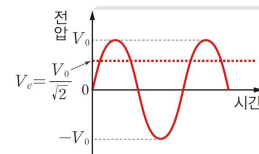
교류 전압계와 교류 전류계로 측정하는 교류 전압과 교류 전류는 모두 실효값이다. 따라서 교류 전압 $V = V_0 \sin \omega t$ 와 교류 전류 $I = I_0 \sin \omega t$ 에서 교류 전압의 실효값 V_e 와 교류 전류의 실효값 I_e 를 구하면 다음과 같다.

$$V_e = \sqrt{V^2} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}, I_e = \sqrt{I^2} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

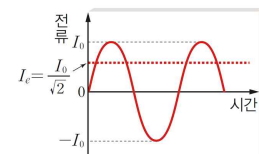
- 교류의 실효값과 직류: 교류의 실효값은 직류와 똑같은 효과를 나타내는 값으로, 이 실효값으로 직류에서의 공식을 그대로 적용하여 계산한다. 즉, 교류 전압 1 V는 직류 전압 1 V와 동일한 에너지를 공급하고, 교류 전류 1 A도 직류 전류 1 A와 동일한 에너지를 공급하는 효과를 낸다. 또한 직류 전력 1 W와 교류 전력 1 W는 같은 에너지량이다.
- 교류의 실효값의 사용: 전기 기구에 표시된 값은 일반적으로 실효값을 나타낸 것이다. 따라서 가정에서 사용하는 220 V의 교류 전압은 $+220\sqrt{2} \text{ V} \sim -220\sqrt{2} \text{ V}$ 사이에서 변한다는 것을 의미한다.

교류의 실효값

• 교류 전압의 실효값



• 교류 전류의 실효값



2. 교류 회로

개념 POINT

UI U

이 장의 후반부에서는 RLC 직렬회로에 교류 기전력장치가 연결된 것을 논의하겠다(그림 31-7 참조). 주기적으로 진동하는 전류의 진폭과 위상상수를 외부 기전력의 진폭과 각진동수로 나타내고자 한다. 우선 간단한 세 회로를 고려하는데, 각각은 외부 기전력과 R, L, C 중의 한 요소만을 가지고 있다.

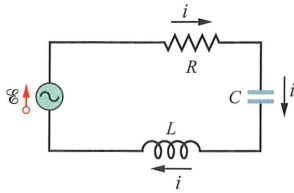


그림 31-7 저항과 축전기, 유도기를 포함하는 간단한 회로. 원 안에 사인파로 나타낸 발전기는 교류기전력을 만들며 이것이 교류전류를 만든다. 어느 순간의 교류기전력과 전류의 방향을 화살표로 나타내었다.

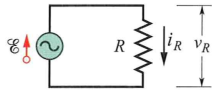


그림 31-8 저항이 교류발전기에 연결되어 있다.

저항형 회로 그림 31-8은 식 31-28의 교류기전력을 만들어내는 발전기와 크기가 R 인 저항을 포함한다. 고리규칙에 따라

$$\mathcal{E} - v_R = 0$$

이고, 식 31-28을 대입하면 다음과 같다.

$$v_R = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t.$$

저항에 걸려 있는 교류 퍼텐셜차의 진폭 V_R 은 다음 식처럼 교류기전력의 진폭과 같다.

$$v_R = V_R \sin \omega_d t. \quad (31-30)$$

저항의 정의 $R = V/i$ 에 따라 저항의 전류는

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_R}{R} \sin \omega_d t \quad (31-31)$$

이며, 식 31-29를 사용하여 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$i_R = I_R \sin(\omega_d t - \phi). \quad (31-32)$$

저항에서는 전류와 퍼텐셜차의 위상은 같다.

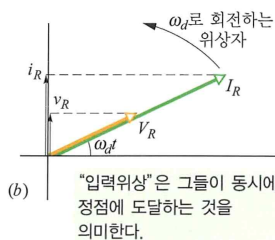
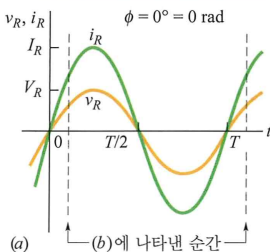


그림 31-9 (a) 저항에 걸린 전류와 퍼텐셜차가 시간 t 의 함수로 같은 그래프에 그려져 있다. 위상이 같고 주기 T 동안에 한 순환과정을 완료한다. (b) (a)의 상황을 위상자 그림으로 나타내었다.

여기서 I_R 은 저항에 흐르는 전류 i_R 의 진폭이다. 식 31-31과 31-32를 비교하면 순수한 저항형 회로에서는 위상상수 $\phi = 0$ 임을 알 수 있다. 또한 퍼텐셜과 전류의 진폭은 다음과 같은 관계가 있다.

$$V_R = I_R R \quad (\text{저항}). \quad (31-33)$$

여기서는 그림 31-8에 대해 이 식을 유도했지만, 모든 교류회로의 저항에서 성립한다.

식 31-30과 31-31을 비교함으로써 시간에 따라 변하는 v_R 과 i_R 은 모두 $\phi = 0^\circ$ 인 $\sin \omega_d t$ 의 함수로 표기된다는 것을 알 수 있다. 따라서 두 양의 위상이 같다. 즉, 각각의 최대값과 최소값이 동일한 시간에 나타난다는 뜻이다. 그림 31-9a는 이를 보여준다. 여기서 v_R 과 i_R 은 감쇠하지 않는다. 왜냐하면 저항에서 소비되는 에너지를 발전기가 회로에 공급하기 때문이다.

시간에 따라 변하는 v_R 과 i_R 을 위상자를 이용하여 기하학적으로 표현할 수도 있다. 16-11절에서와 같이 위상자는 원점에 대해 회전하는 벡터이다. 그림 31-8의 저항에 걸리는 퍼텐셜과 전류를 나타내는 위상자가 그림 31-9b에 그려져 있다. 위상자는 다음의 특성을 갖는다.

각속도: 위상자는 원점에 대해 반시계방향으로 회전하며 각속도는 v_R 과 i_R 의 각진동수 ω_d 와 같다.

길이: 위상자의 길이는 진동하는 양의 진폭을 나타낸다. 퍼텐셜에 대해서는 V_R 이고 전류에 대해서는 I_R 이다.

투영: 위상자의 수직축에 대한 투영은 변화하는 양의 시간 t 에서의 값을 나타낸다. 퍼텐셜에 대해서는 v_R 이고 전류에 대해서는 i_R 이다.

회전각: 위상자의 회전각은 변화하는 양의 시간 t 에서의 위상과 같다. 그림 31-9b에서 퍼텐셜과 전류는 위상이 같으므로, 두 위상자는 언제나 $\omega_d t$ 의 같은 위상을 가지며 같은 회전각을 갖고 함께 회전한다.

위상자의 회전을 따라가 보면 $\omega_d t = 90^\circ$ 일 때, 위상자가 수직방향을 가리키며 $v_R = V_R$ 및 $i_R = I_R$ 이다. 식 31-30과 31-32에서도 같은 결과를 얻을 수 있다.

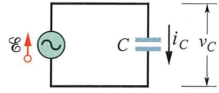


그림 31-10 축전기가 교류발전기에 연결되어 있다.

용량형 회로 그림 31-10은 전기용량과 식 31-28의 교류기전력을 발생하는 발전기를 포함하는 회로이다. 고리규칙으로부터 식 31-30을 얻을 때 사용한 과정을 이용하여 전기용량에 걸리는 퍼텐셜차를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v_C = V_C \sin \omega_d t. \quad (31-36)$$

여기서 V_C 는 전기용량에 걸리는 교류 퍼텐셜차의 진폭이다. 전기용량의 정의로부터

$$q_C = C v_C = C V_C \sin \omega_d t \quad (31-37)$$

를 얻는데, 구하고자 하는 것은 전하가 아니라 전류이므로 이 식을 미분하여 다음을 얻는다.

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \omega_d C V_C \cos \omega_d t. \quad (31-38)$$

이 식을 두 가지로 변형시킬 수 있다. 먼저 표기 방식의 대칭성을 고려하여 다음과 같은 축전기의 **용량형 돌이저항** X_C 를 도입한다.

$$X_C = \frac{1}{\omega_d C} \quad (\text{용량형 반응저항}). \quad (31-39)$$

이 값은 전기용량뿐 아니라 강제 각진동수 ω_d 에 따라 달라진다. 용량형 시간상수의 정의($\tau = RC$)로부터 전기용량 C 의 단위는 (초/ Ω)으로 나타낼 수 있음을 안다. 이를 식 31-39에 적용하면 X_C 의 단위는 저항 R 과 같이 옴(Ω)이라는 것을 알 수 있다.

두 번째로 식 31-38의 $\cos \omega_d t$ 를 사인함수로 표기하면 다음과 같다.

$$\cos \omega_d t = \sin(\omega_d t + 90^\circ).$$

이러한 두 변형을 이용하면 식 31-38을 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$i_C = \left(\frac{V_C}{X_C} \right) \sin(\omega_d t + 90^\circ). \quad (31-40)$$

반면에 그림 31-10의 축전기에 흐르는 전류를 식 31-29의 형태로 표기하면 다음과 같다.

$$i_C = I_C \sin(\omega_d t - \phi). \quad (31-41)$$

여기서 I_C 는 i_C 의 진폭이다. 식 31-40과 31-41을 비교하면, 용량형 회로에서 전류의 위상상수는 -90° 임을 알 수 있다. 또한 퍼텐셜의 진폭과 전류의 진폭은 다음의 관계가 있다.

$$V_C = I_C X_C \quad (\text{축전기}). \quad (31-42)$$

여기서는 그림 31-10의 회로에 대해 이 식을 유도했지만, 임의의 교류회로에 들어있는 모든 축전기에서 성립한다.

식 31-36과 31-40을 비교하거나 그림 31-11a를 살펴보면, 퍼텐셜 v_C 와 전류 i_C 는 90° , $\pi/2$

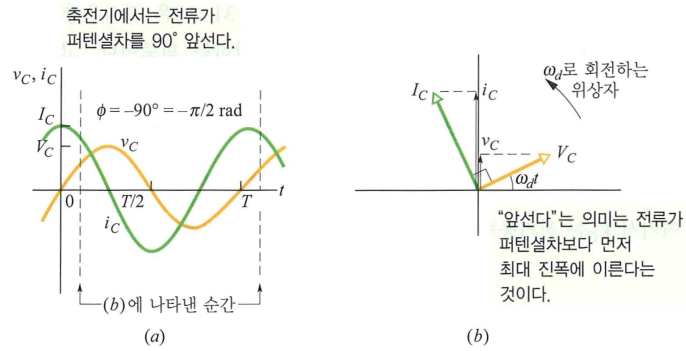


그림 31-11 (a) 축전기에 흐르는 전류는 $90^\circ (\pi/2 \text{ rad})$ 만큼 퍼텐셜을 앞서 간다. (b) 같은 내용을 나타내는 위상자그림.

rad, 또는 한 주기의 1/4만큼 위상이 차이난다는 것을 알 수 있다. 더욱이 전류 i_C 가 퍼텐셜 v_C 를 앞서 간다는 것을 알 수 있다. 즉, 퍼텐셜과 전류의 값을 측정해 보면 퍼텐셜보다 전류가 1/4 주기만큼 먼저 최대값에 도달한다는 뜻이다.

i_C 와 v_C 사이의 관계는 그림 31-11b의 위상자그림에 나타나 있다. 위상자는 두 물리량이 반시계방향으로 같이 돈다는 것을 나타내기 때문에, 위상자 I_C 는 위상자 V_C 를 90° 앞서 간다. 그림 31-11b의 위상자 그림이 식 31-36 및 31-40과 일관성이 있다는 것을 확인하여라.

개념 POINT

유도형 회로 그림 31-12는 유도기와 식 31-28의 교류기전력 발전기를 포함하는 회로이다. 고리규칙으로부터 식 31-30을 얻은 과정을 이용하면 유도용량에 걸리는 퍼텐셜차는 다음과 같다.

$$v_L = V_L \sin \omega_d t. \quad (31-45)$$

여기서 V_L 은 v_L 의 진폭이다. 식 30-35, $\mathcal{E}_L = -L di/dt$ 로부터 전류가 di_L/dt 의 변화율로 변하는 유도용량 L 에 걸리는 퍼텐셜차는

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (31-46)$$

로 표기할 수 있고, 이 식과 식 31-45를 결합하여 다음 식을 얻는다.

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_L}{L} \sin \omega_d t. \quad (31-47)$$

그러나 필요한 정보는 전류의 시간에 대한 미분이 아니라 전류 자체이므로, 식 31-47을 다음과 같이 적분한다.

$$i_L = \int di_L = \frac{V_L}{L} \int \sin \omega_d t dt = -\left(\frac{V_L}{\omega_d L}\right) \cos \omega_d t. \quad (31-48)$$

이 식을 두 가지로 변형시킬 수 있다. 먼저 표기의 대칭성을 고려하여 다음과 같은 유도기의 **유도형 반응저항** X_L 을 도입한다.

$$X_L = \omega_d L \quad (\text{유도형 반응저항}). \quad (31-49)$$

X_L 의 값은 강제 각진동수 ω_d 에 따라 달라진다. 앞에서와 마찬가지로, 유도형 시간상수 τ_L 의 단위로부터 X_L 의 단위가 X_C 나 R 의 단위와 같이 Ω 임을 알 수 있다.

두 번째로 식 31-48의 $-\cos \omega_d t$ 를 위상이 변화된 사인함수로 바꾸어 다음과 같이 표기한다.

$$-\cos \omega_d t = \sin(\omega_d t - 90^\circ).$$

이제 두 변환에 의해 식 31-48을 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$i_L = \left(\frac{V_L}{X_L}\right) \sin(\omega_d t - 90^\circ). \quad (31-50)$$

식 31-29의 형태로 표기하면 유도기에 흐르는 전류는 다음과 같다.

$$i_L = I_L \sin(\omega_d t - \phi). \quad (31-51)$$

여기서 I_L 은 전류 i_L 의 진폭이다. 식 31-50과 31-51을 비교해 보면 유도형 회로에서 전류의 위상상수 ϕ 는 $+90^\circ$ 라는 것을 알 수 있다. 또한 퍼텐셜차의 진폭과 전류의 진폭은 다음과 같은 관계가 있다.

$$V_L = I_L X_L \quad (\text{유도기}). \quad (31-52)$$

여기서는 그림 31-12의 회로에 대해 이 식을 얻었지만, 임의의 교류회로에 있는 모든 유도기에 서 성립한다.

식 31-45와 31-50를 비교하거나 그림 31-13a를 관찰하면 i_L 과 v_L 은 90° 의 위상차를 갖고 i_L 이 v_L 보다 뒤진다는 것을 알 수 있다.

그림 31-13b의 위상자그림은 이러한 정보를 포함한다. 그림에서 위상자는 반시계방향으로 회전

개념 POINT

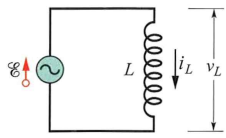
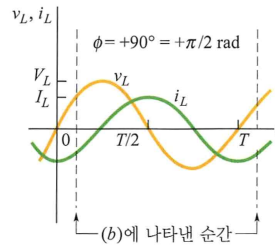
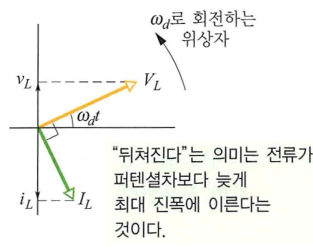


그림 31-12 유도기가 교류 발전기에 연결되어 있다.

유도기에서는 전류가 퍼텐셜차에 90° 뒤처진다.



(a)



(b)

그림 31-13 (a) 유도기에 흐르는 전류는 퍼텐셜보다 $90^\circ(\pi/2 \text{ rad})$ 뒤처진다. (b) 같은 내용을 나타내는 위상자그림.

하며, 위상자 I_L 은 위상자 V_L 보다 90° 뒤쳐져 간다. 그림 31-13b가 식 31-45와 31-50을 나타내고 있음을 스스로 확인하여라.

표 31-2 교류전류의 퍼텐셜의 위상과 진폭의 관계

회로 요소	기호	저항 혹은 반응저항	전류의 위상	위상상수 (혹은 위상각) ϕ	진폭 사이의 관계
저항	R	R	v_R 과 같다.	$0^\circ (= 0 \text{ rad})$	$V_R = I_R R$
축전기	L	$X_C = 1/\omega_d C$	v_C 보다 $90^\circ (= \pi/2 \text{ rad})$ 앞선다	$-90^\circ (= -\pi/2 \text{ rad})$	$V_C = I_C X_C$
유도기	C	$X_L = \omega_d L$	v_L 보다 $90^\circ (= \pi/2 \text{ rad})$ 뒤진다	$+90^\circ (= +\pi/2 \text{ rad})$	$V_L = I_L X_L$

3. 교류 RLC 직렬회로

개념 POINT

UI U 이제 그림 31-7의 RLC 회로에 식 31-28의 교류기전력

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t \quad (\text{가해주는 기전력}) \quad (31-55)$$

을 가해주는 경우를 고려해 보자. R, L, C 는 직렬로 연결되어 있기 때문에

$$i = I \sin(\omega_d t - \phi) \quad (31-56)$$

로 주어지는 똑같은 전류값을 갖는다. 전류의 진폭 I 와 위상상수 ϕ 를 구해보자. 위상자를 사용하면 간단히 구할 수 있다.

전류진폭 그림 31-14a는 임의의 시간에 식 31-56의 전류를 나타내는 위상자이다. 위상자의 길이는 전류의 진폭 I 이며 수직축에 대한 위상자의 투영은 시간 t 에서의 전류이다. 그리고 위상자의 회전각은 시간 t 에서의 전류의 위상 $\omega_d t - \phi$ 이다.

그림 31-14b는 같은 시간 t 에서 R, L, C 에 각각 걸리는 퍼텐셜을 나타내는 위상자이다. 각 위상자의 방향은 표 31-2에 따라 그림 31-14a에 나타낸 전류위상자에 대해 상대적으로 설정되어 있다.

저 항: 전류와 퍼텐셜의 위상이 같다. 따라서 퍼텐셜 위상자 V_R 의 회전각은 전류 위상자 I 의 회전각과 같다.

전기용량: 전류가 퍼텐셜보다 90° 앞서간다. 따라서 퍼텐셜 위상자 V_C 의 회전각은 전류 위상자 I 의 회전각보다 90° 작다.

유도기: 전류가 퍼텐셜보다 90° 뒤처진다. 따라서 퍼텐셜 위상자의 회전각은 전류 위상자의 회전각보다 90° 크다.

그림 31-14b는 어떤 시간 t 에서 R, C, L 에 걸리는 순간퍼텐셜 v_R, v_C, v_L 이다. 전압은 그림의 수직축에 대한 위상자의 투영이다. 그림 31-14c는 식 31-55의 기전력장치를 나타낸 위상자다. 이 위상자의 길이는 기전력의 진폭 \mathcal{E}_m 이며 위상자의 수직축에 대한 투영은 시간 t 에서의 기전력

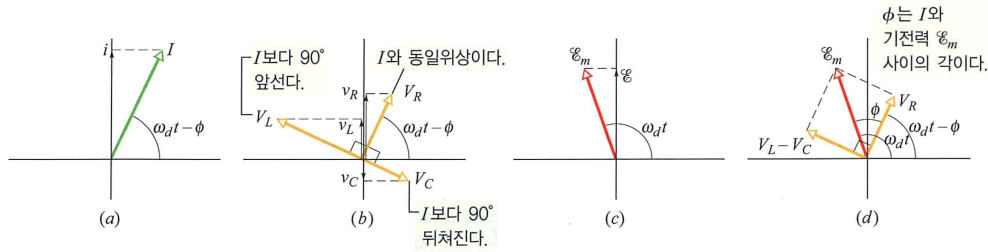


그림 31-14 (a) 그림 31-7의 강제 RLC 회로에서 시간 t 에서의 교류를 나타내는 위상자. 진폭 I , 순간값 i , 위상 $\omega_d t - \phi$ 가 표시되어 있다. (b) 유도기와 저항, 축전기에 걸리는 퍼텐셜을 나타내는 위상자. 이들 위상자의 방향은 (a)의 전류 위상자의 방향에 대해 상대적으로 결정된다. (c) (a)의 전류를 흐르게 하는 교류기전력을 나타내는 위상자. (d) (c)의 위상자는 (b)의 퍼텐셜 위상자 세 개의 벡터합과 같다. 여기서 퍼텐셜 위상자 V_L 과 V_C 는 벡터적으로 합해져서 그들의 알짜 위상자 ($V_L - V_C$)를 이룬다.

\mathcal{E} 이고 위상자의 회전각은 시간 t 에서 기전력의 위상 $\omega_d t$ 이다.

고리규칙으로부터 임의의 시간에 퍼텐셜 v_R, v_C, v_L 의 합은 다음과 같이 회로의 기전력 \mathcal{E} 와 같다.

$$\mathcal{E} = v_R + v_C + v_L. \quad (31-57)$$

따라서 그림 31-14c의 투영 \mathcal{E} 는 그림 31-14b의 v_R, v_C, v_L 의 투영의 합과 언제나 같다. 사실 위상자는 같이 회전하기 때문에 이 식은 언제나 성립한다. 따라서 그림 31-14c의 위상자 \mathcal{E}_m 은 언제나 그림 31-14b의 퍼텐셜 위상자 V_R, V_C, V_L 의 벡터합과 같다.

이러한 제한조건이 그림 31-14d에 표시되어 있다. 여기서 위상자 \mathcal{E}_m 은 위상자 V_R, V_C, V_L 의 합이다. 위상자 V_L 과 V_C 는 그림에서 반대 방향이기 때문에 V_L 과 V_C 를 먼저 결합하여 하나의 위상자 $V_L - V_C$ 를 만들어서 벡터합을 간단히 구할 수 있다. 그 다음에 하나의 위상자를 V_R 과 결합하여 알짜 위상자를 만든다. 알짜 위상자는 그림에 있는 위상자 \mathcal{E}_m 과 일치해야 한다.

그림 31-14d의 삼각형은 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 사용하면 다음과 같다.

$$\mathcal{E}_m^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2. \quad (31-58)$$

표 31-2의 가장 오른쪽 열에 있는 전압의 진폭에 대한 관계식으로부터 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$\mathcal{E}_m^2 = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2. \quad (31-59)$$

이 식을 정리하여 다음을 얻는다.

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}. \quad (31-60)$$

식 31-60의 분모를 강제 각진동수 ω_d 에 대한 회로의 **온저항** Z 라고 부른다.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (\text{온저항의 정의}). \quad (31-61)$$

그러면 식 31-60을 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}. \quad (31-62)$$

여기에 식 31-39와 31-49를 대입하여 식 31-60을 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}} \quad (\text{전류진폭}). \quad (31-63)$$

이제 목표의 절반을 달성했다. 전류의 진폭 I 를 주기적으로 변하는 외부기전력과 직렬 RLC 회로의 회로 요소로 나타냈다.

I 의 값은 식 31-63에서 $\omega_d L$ 과 $1/\omega_d C$ 의 차이에 따라, 혹은 식 31-60의 X_L 과 X_C 의 차이에 따라 변한다고 할 수 있다. 어떤 식이든 둘 중 어느 것이 더 큰지는 상관없고 두 양의 차이만 문제가 된다.

이 절에서 기술한 전류는 교류기전력이 가해지고 나서 일정한 시간이 흐른 후의 정상상태에서의 전류이다. 기전력이 회로에 처음 가해졌을 때는 전류의 크기가 변화하게 된다. 정상상태의 전류가 되기까지의 기간은 시간상수 τ_L 과 τ_C 에 의해 정해진다.

4. 교류회로의 전력

개념 POINT

UI IU

그림 31-7의 RLC 회로에서 에너지는 교류를 발생시키는 발전기에서 나온다. 에너지의 일부는 축전기의 전기장에 저장되고 일부는 유도기의 자기장에 저장되며 일부는 저항에서 열에너지로 소모된다. 정상상태에서 축전기와 유도기에 저장된 평균 에너지는 일정하게 유지된다. 따라서 발전기에서 저항으로 에너지의 알짜 전이

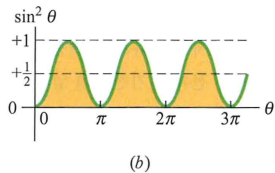
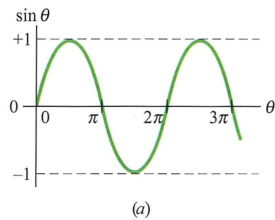


그림 31-17 (a) θ 에 대한 $\sin \theta$ 의 그래프. 한 주기에 대한 평균값은 0이다. (b) θ 에 대한 $\sin^2 \theta$ 의 그래프. 한 주기에 대한 평균값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

저항에서 발생하는 에너지의 순간적인 비율은 식 26-27과 31-29로부터 다음과 같다.

$$P = i^2 R = [I \sin(\omega_d t - \phi)]^2 R = I^2 R \sin^2(\omega_d t - \phi). \quad (31-68)$$

그러나 저항에서 발생하는 에너지의 평균 비율은 식 31-68의 시간에 대한 평균이다. 한 주기에 대해 사인함수의 평균값은 0이지만 사인제곱함수의 평균값은 $\frac{1}{2}$ 이므로 식 31-68로부터 다음을 얻는다(그림 31-17 참조).

$$P_{\text{avg}} = \frac{I^2 R}{2} = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R. \quad (31-69)$$

$I/\sqrt{2}$ 를 전류 i 의 **제공평균제곱근**(root-mean-square) 또는 줄여서 다음의 rms 값이라고 부른다.

$$I_{\text{rms}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad (\text{rms 전류}). \quad (31-70)$$

이제 식 31-69를 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$P_{\text{avg}} = I_{\text{rms}}^2 R \quad (\text{평균 일률}). \quad (31-71)$$

식 31-71은 식 26-27, $P = i^2 R$ 과 비슷하다. 전류를 rms 전류로 바꾸기만 하면 교류회로의 에너지 발산의 평균값을 직류회로의 경우와 똑같이 계산할 수 있다.

또한 교류회로의 퍼텐셜과 기전력의 rms 값을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$V_{\text{rms}} = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad \mathcal{E}_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}} \quad (\text{제공평균제곱근 퍼텐셜과 기전력}). \quad (31-72)$$

전류계나 전압계 같은 교류 장치는 보통 I_{rms} , V_{rms} , \mathcal{E}_{rms} 를 읽는다. 따라서 교류 전압기를 가정의 콘센트에 연결하면 220 볼트라고 읽게 되는데, 이는 rms 값이다. 이때 퍼텐셜차의 최대값은 $\sqrt{2}$ 를 곱한 310 볼트 정도가 된다.

식 31-70과 식 31-72의 인자 $\sqrt{2}$ 는 세 경우 모두 동일하기 때문에 식 31-62와 식 31-61을 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$I_{\text{rms}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}. \quad (31-73)$$

이것이 보통 사용하는 형태이다.

$I_{\text{rms}} = \mathcal{E}_{\text{rms}}/Z$ 의 관계식을 이용하여 식 31-71을 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$P_{\text{avg}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{rms}}}{Z} I_{\text{rms}} R = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \frac{R}{Z}. \quad (31-74)$$

한편 그림 31-14d와 표 31-2, 식 31-62로부터 R/Z 은 위상상수 ϕ 의 코사인값으로 다음과 같다.

$$\cos \phi = \frac{V_R}{\mathcal{E}_m} = \frac{IR}{IZ} = \frac{R}{Z}. \quad (31-75)$$

따라서 식 31-74는 다음과 같다.

$$P_{\text{avg}} = \mathcal{E}_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \phi \quad (\text{평균 전력}). \quad (31-76)$$

여기서 $\cos \phi$ 를 **전력인자**라고 한다. $\cos \phi = \cos(-\phi)$ 이기 때문에 식 31-76은 위상상수 ϕ 의 부호와 무관하다.

■ 변리사 기출문제

개념 POINT

1. [2002년 변리사] (하) - 직류 RLC회로

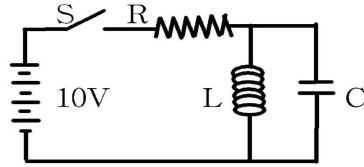
10 V의 전원에 저항 2Ω , 인덕턴스 $2H$ 인 코일, 용량 $2F$ 인 축전기(콘덴서), 스위치를 직렬로 연결하여 닫힌 회로를 구성하였다. 다음 설명 중 틀린 것은?!)

- ① 이 회로에서 스위치를 연결하는 순간 흐르는 전류는 $0A$ 이다.
- ② 스위치를 연결한 후 충분히 많은 시간이 흐른 후 이 회로에 흐르는 전류는 $0A$ 이다.
- ③ 스위치를 연결한 후 충분히 많은 시간이 흐른 후 축전기에 흐르는 전류는 $5A$ 이다.
- ④ 스위치를 연결한 후 충분히 많은 시간이 흐른 후 축전기에 저장되는 에너지는 $100J$ 이다.
- ⑤ 스위치를 연결하면 축전기의 전압은 증가하여, $10V$ 까지 도달한다.

2. [2004년 변리사] (중) - 직류 RLC회로

그림과 같은 RLC 회로에서 스위치 S를 연결하여 정상상태가 되었을 때 이 회로에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? (아래 그림에서 $R=10\Omega$, $L=1mH$, $C=1\mu F$ 이다.)²⁾

개념 POINT

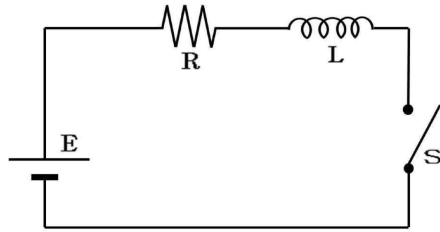


- ㄱ. 저항 R을 지나는 전류는 1A이다.
- ㄴ. 인덕터 L을 지나는 전류는 1A이다.
- ㄷ. 저항 R 양단의 전압은 10V이다.
- ㄹ. 축전기 C 양단의 전압은 10V이다.

- | | | |
|-----------|--------------|--------|
| ① ㄱ, ㄷ, ㄹ | ② ㄱ, ㄴ, ㄷ | ③ ㄴ, ㄹ |
| ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ | ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ | |

3. [2014년 변리사] (하) - 직류 RLC회로

그림은 기전력이 $5V$ 로 일정하게 유지되는 건전지 E 에 10Ω 의 저항 R 과의 인덕터 L 을 직렬 연결한 회로를 나타낸 것이다.



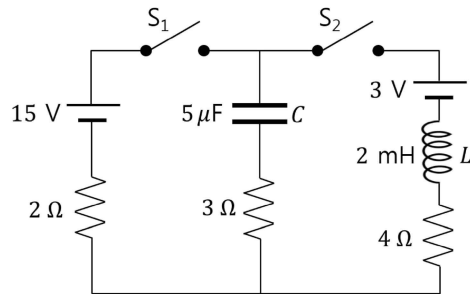
스위치 S 를 닫은 후 10분이 경과했을 때 이 회로에 흐르는 전류의 값으로 가장 가까운 것은?³⁾

- ① $0.5A$ ② $1.5A$ ③ $2.0A$ ④ $3.0A$ ⑤ $6.0A$

개념 POINT

4. [2020년 변리사] (중) - 직류 RLC회로

그림의 회로에서 스위치 S_1 과 스위치 S_2 를 동시에 닫는 순간에 충전되지 않은 축전기 C 를 지나는 전류는 I_i 이다. 또한 S_1 과 S_2 를 닫은 후 충분히 오랜 시간이 흘렀을 때, 코일 L 을 지나는 전류는 I_f 에 가까워진다. 이 때 $\frac{I_f}{I_i}$ 로 옳은 것은?4)

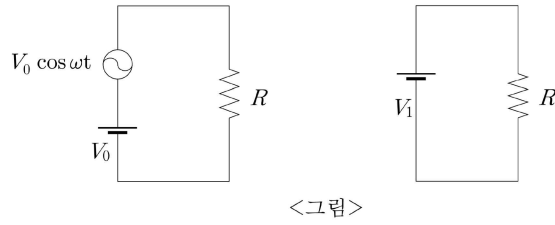


- ① 0 ② $2/3$ ③ 1 ④ $3/2$ ⑤ ∞

개념 POINT

5. [2006년 변리사] (상) - 교류

아래 <그림>의 두 회로에서 각 회로의 저항값 R 과 이 저항에서 소모되는 평균전력이 각각 같을 때, V_0 와 V_1 사이의 관계식으로 맞는 것은?⁵⁾

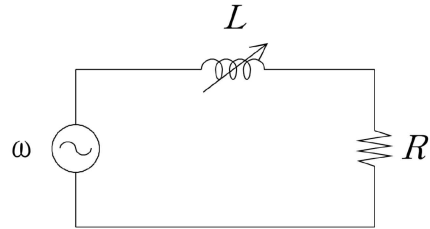


- ① $V_1 = \frac{3}{2} V_0$ ② $V_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} V_0$ ③ $V_1 = V_0$
 ④ $V_1 = \frac{1}{2} V_0$ ⑤ $V_1 = \sqrt{\frac{1}{2}} V_0$

개념 POINT

6. [2007년 변리사] (중) - 교류 RL회로

전구에 가변 유도기를 직렬로 연결하여 전구의 밝기를 조절하는 교류 회로를 만들었다. 교류의 각진동수는 ω 이고, 전구의 저항은 R 이다. 전구에서 소비되는 전력을 최댓값으로부터 그것의 $\frac{1}{5}$ 까지로 줄일 수 있게 하려면 가변 유도기의 최대 유도용량(self inductance)은 얼마이어야 하는가?⁶⁾



- ① $\frac{R}{\omega}$ ② $\frac{2R}{\omega}$ ③ $\frac{4R}{\omega}$ ④ $\frac{R}{2\omega}$ ⑤ $\frac{R}{4\omega}$

개념 POINT

7. [2018년 변리사] (상) - 교류 RLC회로

공진(공명) 진동수가 f_0 인 RLC 직렬 회로에서, 진동수가 $2f_0$ 일 때의 임피던스는 진동수가 f_0 일 때의 임피던스의 2배이다. 진동수가 $2f_0$ 일 때, 저항에 대한 유도 리액턴스의 비 $\frac{X_L}{R}$ 은?)

① $\frac{3}{4}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{3}{2}$

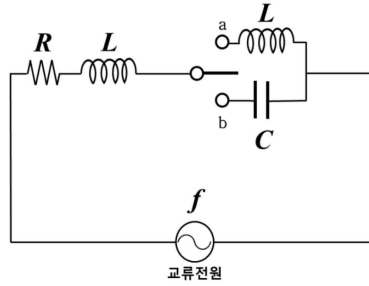
④ $\frac{3}{\sqrt{2}}$

⑤ $\frac{4}{\sqrt{3}}$

개념 POINT

8. [2019년 변리사] (중) - 교류 RLC회로

그림과 같이 진동수가 f 이고 전압의 최댓값이 일정한 교류 전원, 저항값이 R 인 저항, 자체 유도계수가 L 인 코일, 전기용량이 C 인 축전기, 스위치로 회로를 구성하였다. 스위치를 a에 연결하였을 때와 b에 연결하였을 때 저항에서 소모되는 평균전력은 같다. f 는?⁸)

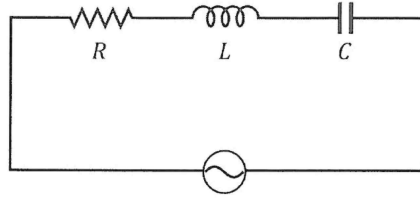


- ① $\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{3LC}}$ ② $\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2LC}}$ ③ $\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ④ $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{3LC}}$ ⑤ $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{LC}}$

개념 POINT

9. [2022년 변리사] (중) - 교류 RLC회로

그림과 같이 저항 R , 코일 L , 축전기 C 를 전압의 최댓값이 100V 이고 진동수가 f_0 으로 일정한 교류 전원에 연결하였다. 저항의 저항값은 40Ω 이고, 저항 양단과 코일 양단에 걸리는 전압의 최댓값은 각각 80V 와 60V 이다. 이 회로의 공명 진동수는?⁹⁾



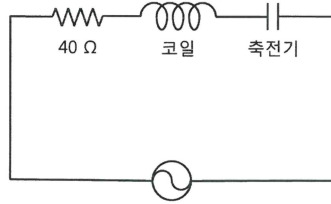
- ① $\frac{1}{2}f_0$ ② $\frac{1}{\sqrt{2}}f_0$ ③ f_0 ④ $\sqrt{2}f_0$ ⑤ $2f_0$

개념 POINT

10. [2025년 변리사] (하) - 교류 RLC 직렬회로

그림과 같이 유도 리액턴스가 X_L 인 코일, 용량 리액턴스가 X_C 인 축전기, 저항값이 40Ω 인 저항을 전압의 최댓값이 $100V$ 이고 진동수가 일정한 교류 전원에 연결하였다. 저항 양단과 축전기 양단에 걸리는 전압의 최댓값이 각각 $80V$ 와 $30V$ 일 때, X_L 은?¹⁰⁾

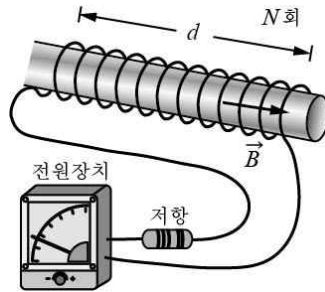
개념 POINT



- ① 15Ω ② 20Ω ③ 30Ω ④ 40Ω ⑤ 45Ω

■ 개념확인문제

11. 그림은 반지름이 R 이고 길이가 $d(d \gg R)$ 인 원기둥 모양의 긴 플라스틱 막대에 저항을 무시할 수 있는 도선이 촘촘하게 N 번 감겨 있는 솔레노이드의 모습을 나타낸 것이다.



전류가 $\frac{dI}{dt}$ 의 비율로 서서히 증가하고, 순간 전류가 I 인 순간에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?¹¹⁾

<보 기>

- ㄱ. 솔레노이드 내부의 자기장(B)의 크기는 $\mu_0 I \frac{N}{d}$ 이다.
 ㄴ. 코리 하나에 유도되는 기전력의 크기는 $\frac{\mu_0 N}{d} \pi R^2 \frac{dI}{dt}$ 이다.
 ㄷ. 이 솔레노이드의 자체유도계수는 $\frac{\mu_0 N \pi R^2}{d}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 POINT

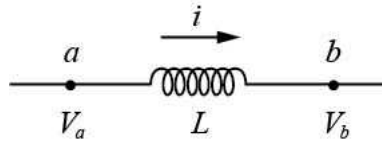
12. 450번 감겨 있고, 지름이 15.0mm 길이 12.0cm인 솔레노이드에 40.0mA의 전류가 흐른다.¹²⁾

- (1) 솔레노이드 내부의 자기장을 구하라.
- (2) 한 번 감은 고리를 지나는 자속을 구하라.
- (3) 솔레노이드의 인덕턴스를 구하라.
- (4) 전류가 달라지면, 위에서 구한 값들 중 달라지는 것은 무엇인가?

개념 POINT

13. 그림은 자체유도계수가 0.25H 이고, 어느 순간 전류 i 가 a 에서 b 방향으로 흐르며,

$\left| \frac{di}{dt} \right| = 0.02\text{A/s}$ 의 비율로 서서히 감소하는 인덕터(L)의 모습을 나타낸 것이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a , b 지점에서의 전위를 각각 V_a , V_b 라고 한다.)¹³⁾

<보 기>

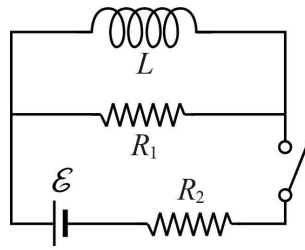
- ㄱ. 인덕터에 유도된 전기장의 방향은 b 에서 a 의 방향이다.
- ㄴ. 자체 유도 기전력의 크기는 5mV 이다.
- ㄷ. $V_a - V_b < 0$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 두 개의 인덕터가 (1) 직렬로 연결되었을 때 (2) 병렬로 연결되었을 때의 유효 자체 인덕턴스를 구하라. 이 때 인덕터 간의 상호 인덕턴스는 무시하자.¹⁴⁾

개념 POINT

15. 그림은 $\mathcal{E} = 6.0\text{V}$, $L = 100\text{mH}$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$ 의 회로를 연결한 회로이다.



오랫동안 열려 있던 스위치를 $t=0$ 에 닫았을 때 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. 스위치를 닫은 직후 저항 R_1 에 흐르는 전류는 6A 이다.
- ㄴ. 인덕터에 흐르는 전류가 1.2A 일 때 $\frac{di_L}{dt}$ 은 12A/s 이다.
- ㄷ. 평형상태가 되었을 때, 전지를 흐르는 전류는 3A 이다.

① ㄴ

② ㄷ

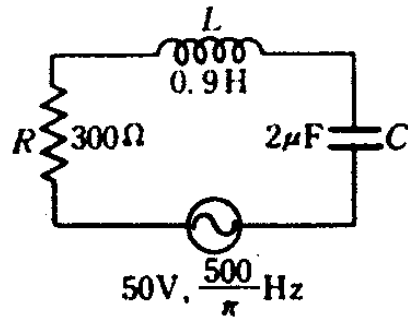
③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄷ

개념 POINT

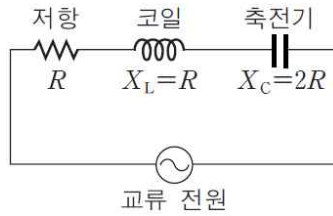
16. 그림에서 R 은 $300\ \Omega$ 인 저항, L 은 자체 유도 계수가 0.9H 인 코일, C 는 전기 용량이 $2\ \mu\text{F}$ 인 축전기이다. 이 회로에서 rms 전압 50V , 진동수 $\frac{500}{\pi}\text{Hz}$ 인 교류 전원을 연결하였다.¹⁵⁾



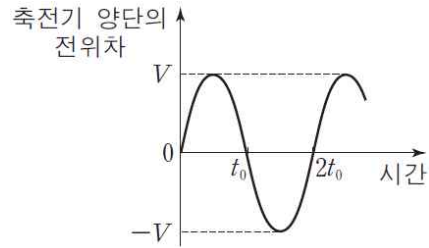
- (1) 코일의 유도 리액턴스는 얼마인가?
- (2) 이 회로의 임피던스는 얼마인가?
- (3) 이 회로에 흐르는 전류(rms)는 얼마인가?

개념 POINT

17. 그림 (가)는 저항, 코일, 축전기를 전압의 최댓값과 진동수가 일정한 교류 전원에 연결한 것을 나타낸 것이다. 저항의 저항값은 R , 코일의 유도 리액턴스 X_L 은 R , 축전기의 용량 리액턴스 X_C 는 $2R$ 이다. 그림 (나)는 축전기 양단의 전위차를 시간에 따라 나타낸 것이다.



(가)



(나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?¹⁶⁾

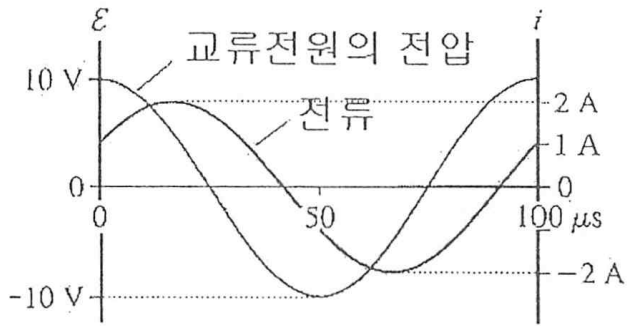
<보 기>

- ㄱ. 회로의 임피던스는 $2\sqrt{2}R$ 이다.
- ㄴ. t_0 인 순간, 코일에 흐르는 전류의 세기는 $\frac{V}{2R}$ 이다.
- ㄷ. $2t_0$ 인 순간, 저항에 걸린 전압은 V 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 그림은 RLC직렬 교류 회로에서 전원에서 공급하는 전압 (ε)과 회로에 흐르는 전류(i)의 관계를 보여주는 그래프이다.¹⁷⁾

개념 POINT



다음 물음에 답하시오.

- (1) ε 와 i 의 위상차 ϕ 는 얼마인가?
- (2) 이 회로의 임피던스 Z 는 몇 Ω 인가?
- (3) 이 회로에서 저항 R 은 몇 Ω 인가?

19. 다음 물음에 답하여라.¹⁸⁾

- (1) RLC 회로에서 유도기에 걸리는 퍼텐셜의 진폭이 발전기 기전력의 진폭보다 클 수 있는가?
- (2) $\mathcal{E}_m = 10\text{V}$, $R = 10\Omega$, $L = 1.0\text{H}$, $C = 1.0\mu\text{F}$ 인 RLC 회로를 생각해 보자. 공명이 일어날 때 유도기에 걸리는 퍼텐셜의 진폭은 얼마인가?

개념 POINT

20. 어떤 저항에 흐르는 교류 전류의 진폭이 2.6A라면, 같은 발열량을 갖기 위해서 같은 저항에 얼마의 직류 전류를 흐르게 해야 하는가?¹⁹⁾

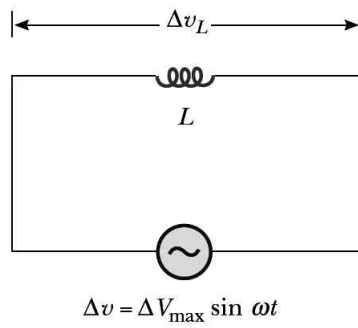
개념 POINT

21. 다음 안에 알맞은 답을 쓰라.²⁰⁾

기전력이 $V=100\sqrt{2}\sin\pi t$ 로 표시되는 교류의 최대 전압은 ㉠ V 이며, 실효전압은 ㉡ V 이고, 주파수는 ㉢ Hz이다. 또 이 교류 전원을 50Ω 의 저항에 연결하면, 흐르는 전류의 실효값은 ㉤ A이며 소비 전력은 ㉥ W이다.

개념 POINT

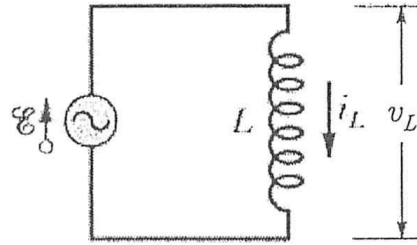
22. 그림과 같이 순수한 유도형 교류 회로에서 $\Delta V_{\max} = 100\text{V}$ 이다.²¹⁾



- (1) 50.0Hz의 진동수에서 최대 전류가 7.50A이다. 인덕턴스 L 을 구하라.
- (2) 인덕터스가 (1)에서 구한 값일 때, 어떤 각 진동수에서 최대 전류가 2.50A가 되는가?

개념 POINT

23. 그림은 교류 전원과 인덕터 L 로 이루어진 회로이다.



어느 순간 전원에서 공급되는 전압이 $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$ 라고 할 때 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

- <보 기>
- ㄱ. 이 순간 인덕터의 양단에 걸리는 전압을 v_L 이라 할 때, $v_L = \varepsilon_m \sin \omega t$ 이다.
 - ㄴ. 이 순간 이 회로에 흐르는 전류의 세기를 i_L 이라 할 때 $i_L = \left(\frac{\varepsilon_m}{\omega L} \right) \sin \omega t$ 이다.
 - ㄷ. 교류 전원의 진동수가 클수록 인덕터에 흐르는 전류의 세기가 커진다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

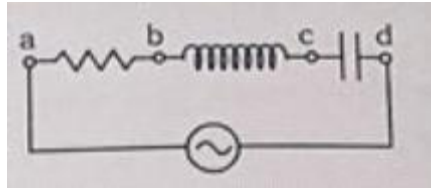
개념 POINT

24. 실효값이 220 V 이고 진동수가 60 Hz 인 교류전원에 연결된 $1.0 \mu\text{F}$ 의 축전기의 양단에 나타나는 리액턴스의 값에 가장 가까운 것은?²²⁾

개념 POINT

- ① $X_C = 26.5 \Omega$ ② $X_C = 265.0 \Omega$ ③ $X_C = 2650 \Omega$
 ④ $X_C = 26500 \Omega$ ⑤ $X_C = 265000 \Omega$

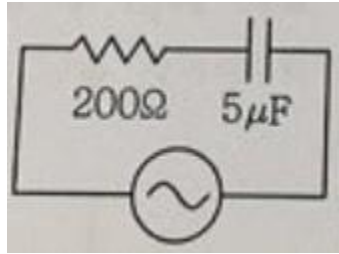
25. 전원의 진동수가 100Hz 일 때 그림과 같은 회로에서 두 지점 사이의 전압을 측정할 때 가장 작은 값을 가리키는 두 지점은? (단, 코일의 직류 저항은 0 이고, $R=30\Omega$, $L=\frac{200}{\pi}\text{mH}$, $C=\frac{100}{\pi}\mu\text{F}$ 이다.)²³⁾



개념 POINT

26. 200Ω 의 저항이 $5\mu\text{F}$ 의 축전기와 직렬로 연결되어 있다. 저항 양단에 걸리는 전압 $V = 1.2\sin(2500t)$ 이다.²⁴⁾

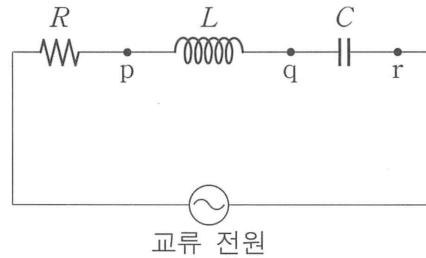
개념 POINT



- 1) 회로에 흐르는 전류의 실효값은?
- 2) 축전기의 용량 리액턴스는?
- 3) 축전기 양단에 걸리는 전압과 그 실효값은?

27. 그림은 저항 값이 R 인 저항, 자체 유도 계수가 L 인 코일, 전기 용량이 C 인 축전기, 교류 전원으로 구성된 회로를 나타낸 것이다. 교류 전원의 각진동수는 ω 이고, 전압의 실효값은 일정하다. 시간 t 일 때, 점 p 에 흐르는 전류는 $I_0 \sin \omega t$ 이다.²⁵⁾

개념 POINT

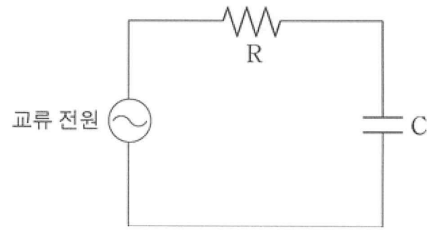


다음 질문에 대해 답하라.

- (1) 실효 전류 i_e 의 크기는?
- (2) 저항의 리액턴스 X_R 와 코일의 리액턴스 X_L , 축전기의 리액턴스 X_C , 임피던스 Z 의 크기는?
- (3) 저항에 걸리는 실효 전압의 크기 V_R 와 코일에 걸리는 실효 전압의 크기 V_L , 축전기에 걸리는 실효 전압의 크기 V_C 는?
- (4) 전원의 실효전압의 크기 V_e 는?
- (5) 전류의 파형이 $\sin(\omega t)$ 모양일 때, 역시 $\sin \omega t$ 모양의 파형을 만드는 것은 [저항, 코일, 축전기]에 걸리는 전압이다.
- (6) 전류의 파형이 $\sin(\omega t)$ 모양일 때, $\sin(\omega t + 90^\circ)$ 모양의 파형을 만드는 것은 [저항, 코일, 축전기]에 걸리는 전압이다.
- (7) 전류의 파형이 $\sin(\omega t)$ 모양일 때, $\sin(\omega t - 90^\circ)$ 모양의 파형을 만드는 것은 [저항, 코일, 축전기]에 걸리는 전압이다.

28. 그림은 각진동수가 ω 이고 전압의 진폭이 일정한 교류 전원에 연결된 RC직렬 회로를 나타낸 것이다.²⁶⁾

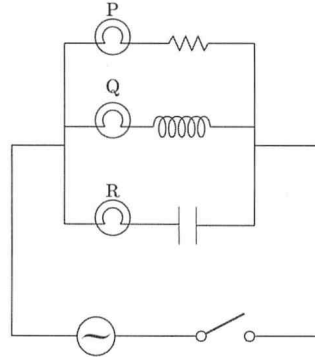
개념 POINT



각 진동수 ω 가 증가할 때 다음 값은 증가하는가 감소하는가?

- (1) 저항 R , 축전기의 리액턴스 X_C , 임피던스 Z
- (2) 전류 I_e
- (3) 저항에 걸린 전압 V_R , 축전기에 걸린 전압 V_C
- (4) 소비 전력 P

29. 그림과 같이 저항, 코일, 축전기와 전구 P, Q, R 로 회로를 구성하여 교류를 연결하였다.²⁷⁾



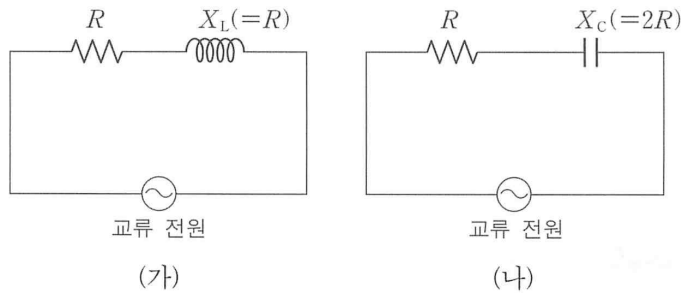
교류 전원의 전압을 그대로 두고 진동수만 증가시킬 때 밝아지는 전구를 모두 고르면?

- ① P ② Q ③ R ④ P, Q ⑤ Q, R

개념 POINT

30. 그림 (가)와 (나)의 교류 회로에서 두 교류 전원의 전압이 실효값(rms 값)과 각진동수 ($\omega = 2\pi f$)는 각각 서로 같고 일정하다. 저항의 저항값은 R 이고 코일의 유도 리액턴스 X_L 은 R 이며 축전기의 용량 리액턴스 X_C 은 $2R$ 이다.²⁸⁾

개념 POINT



다음 질문에 대해 답하라.

- (1) 코일의 자체유도계수 L 과 축전기의 전기용량 C 의 크기는?
- (2) 두 회로 임피던스 Z_1, Z_2 의 크기는?
- (3) 두 회로의 실효 전류 $i_{e,1}, i_{e,2}$ 크기는?
- (4) (가)에서 코일에 걸린 실효 전압 V_L 과 (나)에서 축전기에 걸린 실효 전압 V_C 의 비율은?
- (5) 두 회로의 소비 전력 P_1, P_2 크기는?
- (6) 전원의 파형이 $\sin(\omega t)$ 모양이라고 할 때, 전류의 파형이 $\sin(\omega t + \theta)$ 모양이 되는 것은 [(가), (나)]이다. (여기서 θ 는 0도보다 크고 90도 보다 작다.)
- (7) 두 경우 전압 V_e 과 전류 i_e 의 위상차를 뜻하는 θ_1, θ_2 의 $\tan\theta_1, \tan\theta_2$ 크기는?

31. 다음은 RLC 직렬 교류 회로의 임피던스 특성을 알아보는 실험 과정의 일부를 나타낸 것이다.²⁹⁾

개념 POINT

<실험 과정>

(가) 그림과 같이 축전기 C , 저항 R , 인덕터 L , 교류 전류계를 가변 변압기(슬라이더) S 에 직렬로 연결한다.

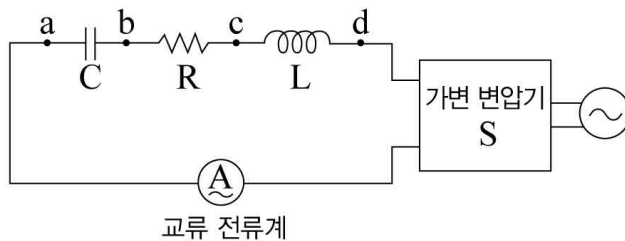
(나) 가변 변압기의 전원을 켜 다음 전압을 조정하여 전류계의 눈금이 50mA 가 되도록 한다.

(다) 교류 전압계를 이용하여 C , R , L 양단의 전압 V_{ab} , V_{bc} , V_{cd} 를 각각 측정한다.

(라) 전압계의 단자를 a 와 c 에 연결하여 V_{ac} 를 측정하고, b 와 d 에 연결하여 V_{bd} 를 측정한다.

(마) 전압계의 단자를 a 와 d 에 연결하여 V_{ad} 를 측정한다.

(바) 가변 변압기의 전압을 조정하여 전류계의 눈금이 100mA 가 되도록 한 후 과정 (다)~(마)를 반복한다.



<보 기>

ㄱ. 전류가 50mA 일 때, $V_{ab} + V_{bc} = V_{ac}$ 이다.

ㄴ. 전류가 50mA 일 때, $V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} > V_{ad}$ 이다.

ㄷ. 전류가 100mA 일 때의 $\frac{V_{bd}}{V_{bc}}$ 값은 전류가 50mA 일 때의 $\frac{V_{bd}}{V_{bc}}$ 값의 2배이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄷ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

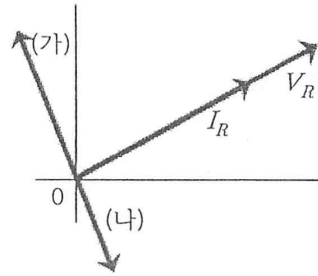
32. 진동수를 조절할 수 있는 교류 전원이 $R=50\Omega$ 의 저항과 $C=20\mu\text{F}$ 인 축전기에 직렬로 연결되어 있다. 전원의 전압 진폭은 12V이다. 저항과 축전기의 전압 진폭이 같을 때 다음 질문에 답하라.³⁰⁾

개념 POINT

- (1) 위상자 V_R 과 위상자 V_C 에 대한 위상자 그림을 그려라.
- (2) 두 위상자가 같은 길이를 갖게 되는 전원의 진동수는 얼마인가?
- (3) 전압이 전류보다 앞서는 위상각을 구하라.
- (4) 위상자의 회전 각속도는 얼마인가?
- (5) 회로의 전류 진폭은 얼마인가?

33. 그림은 교류기전력이 $\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$ 인 RLC 직렬교류 회로의 위상자들을 나타낸 것이다. I_R 은 저항에 흐르는 전류의 진폭이고, V_R 은 저항의 양단에 걸리는 교류 전압의 진폭이다.³¹⁾

개념 POINT



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. $R > 1\Omega$ 이다.
 ㄴ. (가)의 값은 ω 가 커질수록 작아진다.
 ㄷ. (가)의 (나)의 크기가 같을 때, 이 회로에 가장 큰 전류가 흐른다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

1) [정답] ③

[해설]

- ① 이 회로에서 스위치를 연결하는 순간 코일이 전류의 급격한 변화를 방해하므로 초기에는 끊어진 회로처럼 동작하여 흐르는 전류는 0A이다. (참)
- ② 스위치를 연결한 후 충분히 많은 시간이 흐른 후에는 축전기가 충전이 완료되고 코일은 도선으로 작용하므로 이 회로에 흐르는 전류는 0A이다. (참)
- ③ 스위치를 연결한 후 충분히 많은 시간이 흐른 후에는 축전기가 충전이 완료되므로 축전기에 흐르는 전류는 0A이다. (거짓)
- ④ 스위치를 연결한 후 충분히 많은 시간이 흐른 후에는 축전기가 충전이 완료되고 전류가 흐르지 않으므로 저항과 코일에서는 전압강하가 없으므로 축전기에 걸리는 전압은 10V이다. 따라서 축전기에 저장되는 에너지는 $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100J$ 이다. (참)
- ⑤ 스위치를 연결하면 축전기의 전압은 증가하여, 10V까지 도달하면 충전이 완료된다. (참)

2) [정답] ②

[해설]

RLC 회로에서 스위치 S를 연결하여 정상상태가 되었을 때는 충분한 시간이 지났으므로 인덕터 L은 도선처럼 작용하고 따라서 축전기 양단에 걸리는 전압강하는 없다.

- ㄱ. 저항 R을 지나는 전류는 $I = \frac{V}{R} = \frac{10}{10} = 1A$ 이다. (참)
- ㄴ. 인덕터 L은 도선처럼 작용하므로 인덕터 L을 지나는 전류는 1A이다. (참)
- ㄷ. 축전기 양단에 걸리는 전압강하는 없으므로 저항 R 양단의 전압은 10V이다. (참)
- ㄹ. 축전기 양단에 걸리는 전압강하는 없으므로 축전기 C 양단의 전압은 0V이다. (거짓)

3) [정답] ①

[해설]

1. 직류 전원에 연결된 RL회로에서 스위치를 닫으면, 인덕터의 역기전력 때문에 전류는 즉시 쇠뿔값에 도달하지 못하고 지수 함수적으로 다음과 같이 $I(t) = \frac{\epsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ 로 증가한다. 이때 회로의 반응속도를 결정하는 시간상수는 $\tau = \frac{L}{R} = \frac{3}{10} = 0.3s$ 이므로 스위치 S를 닫은 후 10분이 경과했을 때는 충분한 시간이 흘러 정상상태로 간주할 수 있다.
2. 정상상태에서는 인덕터 L이 도선처럼 작용하므로 이때 회로에 흐르는 전류는 $I = \frac{V}{R} = \frac{5}{10} = 0.5A$ 이다.

4) [정답] ②

[해설]

1. 스위치 S_1 과 스위치 S_2 를 동시에 닫는 순간에는 코일에 전류가 흐르지 않는다. 따라서 축전기와 전기저항 3Ω 및 2Ω이 전원 15V와 직렬 연결된다. 이 순간에는 축전기에 저장된 전하량이 없으므로 축전기에 걸리는 전압은 0V이다. 따라서 전류는 $I_i = \frac{15}{3+2} = 3A$ 이다.
2. 스위치 S_1 과 S_2 를 닫은 후 충분히 오랜 시간이 흘렀을 때는 축전기가 충전이 완료되므로 축전기가 연결된 부분에는 전류가 흐르지 않고 코일은 도선처럼 작용한다. 따라서 전원 15V와 3V 및 전기저항 4Ω과 2Ω이 직렬 연결된다. 전원의 방향이 서로 반대이므로 전류는 $I_f = \frac{15-3}{2+4} = 2A$ 이다.

3. 따라서 $\frac{I_f}{I_i} = \frac{2}{3}$ 이다.

5) [정답] ②

[해설]

1. 왼쪽 회로의 전체 전압은 $V(t) = V_0(1 + \cos \omega t)$ 이므로 평균전력은

$$P_L = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{[V(t)]^2}{R} dt = \frac{1}{RT} \int_0^T V_0^2 (1 + \cos \omega t)^2 dt = \frac{V_0^2}{R} \left[\frac{1}{T} \int_0^T (1 + 2\cos \omega t + \cos^2 \omega t) dt \right] \text{이고}$$

|

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos \omega t dt = 0, \quad \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{2} \text{이므로 } P_L = \frac{V_0^2}{R} \left(1 + 0 + \frac{1}{2} \right) = \frac{3V_0^2}{2R} \text{이다.}$$

2. 오른쪽 회로의 평균전력은 $P_R = \frac{V_1^2}{R}$ 이다.

3. 따라서 $P_L = P_R$ 이므로 $\frac{3V_0^2}{2R} = \frac{V_1^2}{R}$ 에서 $V_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} V_0$ 이다.

6) [정답] ②

[해설]

1. 전구에서 소비되는 평균전력은 $P = I_{rms}^2 R = \left(\frac{V_{rms}}{Z} \right)^2 R$ 이고 $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ 이다. 이때 전

구에서 소비되는 전력의 최댓값은 $L = 0$ 일 때이므로 $P_{max} = \frac{V_{rms}^2}{R}$ 이다.

2. 가변 유도기의 최대 유도용량이 L_{max} 일 때 전구에서 소비되는 소비전력이 $\frac{1}{5} P_{max}$ 가 되므

로 $\frac{1}{5} P_{max} = \frac{V_{rms}^2}{R^2 + (\omega L_{max})^2} R$ 에서 $\frac{1}{5} \times \frac{V_{rms}^2}{R} = \frac{V_{rms}^2}{R^2 + (\omega L_{max})^2} R$ 이다. 이 식을 정리하면

$$L_{max} = \frac{2R}{\omega} \text{이다.}$$

3. 전구의 밝기를 조절할 때 가변 저항 대신 가변 유도기를 사용하는 이유는 유도기 자체에서 는 에너지가 열로 소모되지 않아 효율적이기 때문이다.

7) [정답] ⑤

[해설]

1. 공명진동수 f_0 에서는 $X_{0L} = X_{0C}$ 이므로 $Z_0 = R$ 이다.

2. 진동수가 $2f_0$ 일 때의 임피던스는 $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 2Z_0 = 2R$ 이다. 이때 진동수가 $2f_0$

로 2배가 되므로 $X_L = 2X_{0L}$ 이고 $X_C = \frac{1}{2} X_{0C} = \frac{1}{2} X_{0L}$ 이다. 대입하여 정리하면

$$\sqrt{R^2 + (2X_{0L} - \frac{1}{2} X_{0L})^2} = 2R \text{이므로 } X_{0L} = \frac{2}{\sqrt{3}} R \text{이다.}$$

3. 따라서 $\frac{X_L}{R} = \frac{2X_{0L}}{R} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ 이다.

8) [정답] ①

[해설]

1. 스위치를 a에 연결하였을 때와 b에 연결하였을 때 저항에서 소모되는 평균전력이 같고 전

압의 최댓값과 저항이 일정하므로 $P = I_{rms}^2 R = \left(\frac{V_{rms}}{Z} \right)^2 R$ 에서 두 경우의 임피던스는 같다.

2. 스위치를 a에 연결하였을 때는 R, L, L이 직렬로 연결되어 있으므로

$$Z_a = \sqrt{R^2 + (\omega L + \omega L)^2} = \sqrt{R^2 + 4\omega^2 L^2} \text{ 이다.}$$

3. 스위치를 b에 연결하였을 때는 R, L, C 가 직렬로 연결되어 있으므로

$$Z_b = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \text{ 이다.}$$

3. $Z_a = Z_b$ 에서 $4\omega^2 L^2 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2$ 이고 정리하면 $\omega = \frac{1}{\sqrt{3LC}} = 2\pi f$ 이므로 $f = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{3LC}}$ 이다.

9) [정답]

[해설]

저항, 코일 및 축전기 양단에 걸리는 전압의 최댓값을 각각 $V_R = 80V$, $V_L = 60V$, V_C 라 하고 전류의 최댓값을 I 라고 하면 다음의 관계가 성립한다.

1. $V_{total}^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$ 에서 $100^2 = 80^2 + (60 - V_C)^2$ 이므로 $V_C = 120V$ 이다.

2. $V_L = IX_L$ 이고 $V_C = IX_C$ 이므로 $\frac{V_L}{V_C} = \frac{1}{2} = \frac{X_L}{X_C} = \frac{2\pi f_0 L}{\frac{1}{2\pi f_0 C}} = (2\pi f_0)^2 LC$ 에서 $LC = \frac{1}{2(2\pi f_0)^2}$

이다.

3. 따라서 이 회로의 공명진동수는 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{2(2\pi f_0)^2} = \sqrt{2}f_0$ 이다.

10) [정답] ⑤

[해설]

저항, 코일 및 축전기 양단에 걸리는 전압의 최댓값을 각각 V_R , V_L , V_C 라 하고 전류의 최댓값을 I 라고 하면 다음의 관계가 성립한다.

1. $V_R = IR$ 에서 $80 = I \times 40$ 이므로 $I = 2A$ 이다.

2. $V_{total}^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$ 에서 $100^2 = 80^2 + (V_L - 30)^2$ 이므로 $V_L = 90V$ 이다.

3. $V_L = IX_L$ 에서 $90 = 2 \times X_L$ 이므로 $X_L = 45\Omega$ 이다.

11) [정답] ② ㄱ, ㄴ

[해설]

ㄱ. 앙페르 법칙을 사용해서 이상적인 솔레노이드의 자기장을 구하면 $B = \mu_0 n I = \mu_0 I \frac{N}{d}$ 임을 알 수 있다. (O)

ㄴ. 고리 하나에 유도되는 기전력의 크기는

$$|\mathcal{E}| = \left| -\frac{d}{dt} \left(\frac{\mu_0 N}{d} I \right) (\pi R^2) \right| = \frac{\mu_0 N}{d} \pi R^2 \frac{dI}{dt}$$

이다. (O)

ㄷ. 자체 유도 계수는 $\frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{d}$ 이다. (X)

12) [정답] (1) $1.88 \times 10^{-4} T$ (2) $3.33 \times 10^{-8} Wb$ (3) $3.75 \times 10^{-4} H$ (4) 자기장과 자속

[해설] (1) 솔레노이드 자기장 공식에서

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \left(\frac{N}{l} \right) I = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m/A \times \frac{450}{0.120m} \times 40.0 \times 10^{-3} A = 1.88 \times 10^{-4} T$$

$$(2) \Phi_B = BA = 1.88 \times 10^{-4} T \times \pi \left(\frac{15.0 \times 10^{-3} m}{2} \right)^2 = 3.33 \times 10^{-8} Wb$$

$$(3) L = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{450 \times 3.33 \times 10^{-8} Wb}{40.0 \times 10^{-3} A} = 3.75 \times 10^{-4} H$$

(4) 자기장과 자속은 전류에 비례하여 변하지만, 인덕턴스는 기하학적인 양으로 전류와 무관하다.

개념 POINT

13) [정답] ④ ㄴ, ㄷ

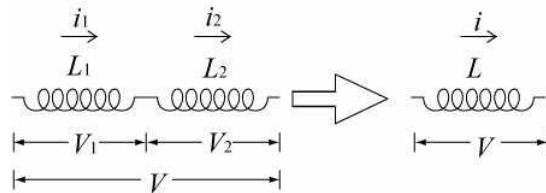
[해설] ㄱ. $V_L = V_a - V_b = L \frac{di}{dt} < 0$ 이므로 $V_b > V_a$ 가 된다. 따라서 인덕터에 유도된 전기장의 방향은 a 에서 b 의 방향이다. (X)

ㄴ. $|e| = \left| -L \frac{di}{dt} \right| = (0.25 \text{ H})(0.02 \text{ A/s}) = 5 \text{ mV}$ (O)

ㄷ. $V_L = V_a - V_b = L \frac{di}{dt} < 0$ 이므로 $V_b > V_a$ 가 된다. (O)

14) [정답] (1) $L_1 + L_2$ (2) $\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$

[해설] (1)



그림과 같이 두 유도기에 흐르는 전류를 각각 i_1, i_2 라 하고, 두 유도기에 걸린 전압을 각각 V_1, V_2 라 하자. 두 유도기를 하나로 보았을 때 등가 유도 용량을 L , 전체 흐르는 전류를 i , 걸린 전압을 V 라 하면

$$V = V_1 + V_2 \dots\dots ①$$

$$i = i_1 = i_2 \dots\dots ②$$

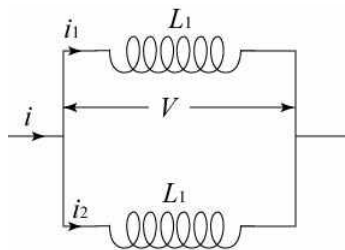
$$V = -L \frac{di}{dt}, V_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt}, V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt}$$

를 ①에 대입하면

$$L \frac{di}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

②를 이용하여 전류에 대한 미분을 지우면 $L = L_1 + L_2$ 이다.

(2)



다음 그림과 같이 두 코일을 병렬 연결하면 같은 전압이 걸린다.

$$V = -L_1 \frac{di_1}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} = -L_{eq} \frac{di}{dt}$$

$$i = i_1 + i_2 \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \Rightarrow \frac{V}{L_{eq}} = \frac{V}{L_1} + \frac{V}{L_2}$$

$$\Rightarrow L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

15) [정답] (1) 900Ω (2) 500Ω (3) $0.1A$

[해설] (1) $X_L = 2\pi fL = 2\pi \times \frac{500}{\pi} \times 0.9 = 900(\Omega)$

(2) $X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times \frac{500}{\pi} \times 2 \times 10^{-6}} = 500(\Omega)$

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{300^2 + (900 - 500)^2} = 500(\Omega)$

(3) $I = \frac{V}{Z} = \frac{50}{500} = 0.1(A)$

16) [정답] ㉡ ㄴ

[해설] RLC 회로

ㄱ. 회로의 임피던스는 $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{2}R$ 이다. (X)

ㄴ. 축전기에 걸리는 전압의 최댓값은 V 이고 용량 리액턴스가 $2R$ 이므로 회로에 흐르는 전류의 최댓값은 $\frac{V}{2R}$ 이다. t_0 인 순간, 축전기 양단의 전위차가 0이므로 코일에는 최댓값의 전류가 흐른다. 따라서 코일에 흐르는 전류의 세기는 $\frac{V}{2R}$ 이다. (O)

ㄷ. $2t_0$ 인 순간에도 회로에는 최댓값의 전류가 흐르므로 저항에 걸린 전압은 $\frac{V}{2}$ 이다. (X)

17) [정답] (1) $\phi = \frac{\pi}{6}$ (2) $Z = 5\Omega$ (3) $R = 5\Omega$

[해설]

(1) 기전력의 진폭은 $10V$ 이며 주기는 $100\mu s$ 이다.

위상차를 ϕ 라고 하면

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t - \phi)$$

이다.

$I_0 = 2A$ 이며, $\omega t = 2\pi$ 일 때 전류가 $1A$ 이다.

$$1A = 2A \cos(2\pi - \phi)$$

따라서 $\cos\phi = \frac{1}{2}$ 이며, 그림에서 전압의 위상이 전압보다 앞서므로 $\phi = \frac{\pi}{6}$ 이다.

(2) $Z = \frac{V_0}{I_0} = \frac{10V}{2A} = 5\Omega$ 이다.

(3) 저항은 $R = Z \cos\phi = 5\Omega \times \frac{1}{2} = 2.5\Omega$

18) [정답] (1) 가능하다 (2) $1.0 \times 10^3 V$

[해설] (2) 공명일 때 전류 진폭은 $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R}$ 이고, 유도기의 전압 진폭은

$$V_{L\max} = I_m X_L = \left(\frac{\mathcal{E}_m}{R}\right) \frac{L}{\sqrt{LC}} = \left(\frac{\mathcal{E}_m}{R}\right) \sqrt{\frac{L}{C}} = 1.0 \times 10^3 V$$

19) [정답] $1.84A$

[해설] 교류 전류의 발열량

$P = I_{eff}^2 R = \frac{1}{2} I_0^2 R$ 단, I_0 는 진폭이므로, 실효값과 같은 크기의 직류 전류가 필요하다.

20) [정답] ㉠ $100\sqrt{2}$ ㉡ $100V$ ㉢ $0.5Hz$ ㉣ $2A$ ㉤ $200W$

[해설] 최대 전압은 $V_0 = 100\sqrt{2}(V)$

$$\text{실효 전압은 } V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100(V)$$

$$\text{주파수는 } f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0.5(Hz)$$

$$\text{전류의 실효값은 } I_e = \frac{V_e}{R} = \frac{100}{50} = 2(A)$$

$$\text{소비 전력은 } P = V_e I_e = 100 \times 2 = 200(W)$$

21) [정답] (1) $42.4mH$ (2) $942rad/s$

[해설] (1) 리액턴스

$$X_L = \frac{\Delta V_{\max}}{I_{\max}} = \frac{100V}{7.50A} = 13.3\Omega$$

인덕턴스는

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{13.3\Omega}{2\pi \times 50.0Hz} = 42.4mH$$

(2) 리액턴스

$$X_L = \frac{\Delta V_{\max}}{I_{\max}} = \frac{100V}{2.50A} = 40.0\Omega$$

각 진동수는

$$\omega = \frac{X_L}{L} = \frac{40.0\Omega}{42.4 \times 10^{-3}H} = 942rad/s$$

22) [정답] ㉢ $X_C = 2650 \Omega$

[해설]

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2(3.14)(60s^{-1})(1.0 \times 10^{-6}s/\Omega)} = 2650 \Omega$$

23) [정답] b와 d

[해설]

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi(100Hz) \left(\frac{200}{\pi} \times 10^{-3}H \right) = 40\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(100Hz) \left(\frac{100}{\pi} \times 10^{-6}F \right)} = 50\Omega \text{이다.}$$

직렬연결이므로 전류가 공통이 된다. 따라서 두 단자 사이의 임피던스가 최소일 때 전압이 최소값이 된다.

두 단자사이의 임피던스가 최소인 곳은 b와 d이다 .

$$Z_{bd} = |X_L - X_C| = 10\Omega$$

이며 이는 $R, X_L, X_C, Z_{ac}, Z_{bd}, Z_{ad}$ 보다 작다.

24) [정답] (1) $I_{rms} = 3\sqrt{2} \text{ mA}$

(2) $X_C = 80\Omega$

$$(3) V_C = (0.480V) \sin \left\{ (2500s^{-1})t - \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$V_{C,rms} = 0.240\sqrt{2} \text{ V}$$

[해설]

개념 POINT

$$(1) I(t) = \frac{V_R(t)}{R} = \left(\frac{1.2 \text{ V}}{200 \Omega} \right) \sin \omega t = (6.0 \text{ mA}) \sin \omega t$$

전류의 실효값은 최대값을 $\sqrt{2}$ 로 나눈값이므로

$$I_{rms} = 3\sqrt{2} \text{ mA}$$

$$(2) X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$= \frac{1}{(2500 \text{ s}^{-1})(5 \times 10^{-6} \text{ F})} = 80 \Omega$$

(3) 축전기에 걸린 전압은 전류보다 위상이 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 뒤쳐진다.

$$V_C(t) = I_0 X_C \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

가 된다.

$$V_C = (0.480 \text{ V}) \sin \left\{ (2500 \text{ s}^{-1})t - \frac{\pi}{2} \right\}$$

이다.

실효값은 최대값을 $\sqrt{2}$ 로 나눈값이므로

$$V_{C,rms} = 0.240 \sqrt{2} \text{ V}$$

이다.

$$25) [\text{정답}] (1) i_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$(2) X_R = R, X_L = L\omega, X_C = \frac{1}{C\omega}, Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$(3) V_R = \frac{I_0}{\sqrt{2}} R, V_L = \frac{I_0}{\sqrt{2}} L\omega, V_C = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \frac{1}{C\omega}$$

$$(4) V_e = \sqrt{V^2 + (V_L - V_C)^2} = I_e \sqrt{X_R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$(5) \text{저항 } V_R \quad (6) \text{코일 } V_L \quad (7) \text{축전기 } V_C$$

[해설]

(1) 이 회로에 흐르고 있는 전류가 $I(t) = I_0 \sin \omega t$ 이므로 최대값이 I_0 라는 뜻이다.

(2) 따라서 이 회로에서 흐르고 있는 전류의 실효값은 $I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ 이다.

각진동수가 ω 로 주어졌으므로 저항의 리액턴스 X_R 와 코일의 리액턴스 X_L , 축전기의 리액턴스

X_C , 임피던스 Z 의 크기는 각각 $X_R = R, X_L = L\omega, X_C = \frac{1}{C\omega}$ 이다.

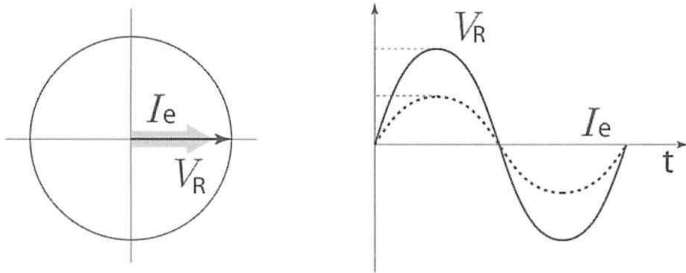
임피던스는 정의에 의해 $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ 이다.

(3) 교류의 기본 관계식에 의해 각각에 걸리는 전압의 실효값은 전류와 리액턴스의 곱 $I_e X_{R,L,C}$ 이고 전원의 전압은 부분의 피타고라스 합과 같다.

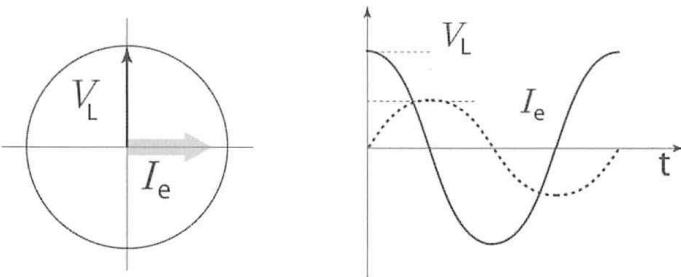
$$\text{즉 } V_R = \frac{I_0}{\sqrt{2}} R, V_L = \frac{I_0}{\sqrt{2}} L\omega, V_C = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \frac{1}{C\omega} \text{ 이고}$$

(4) $V_e = \sqrt{V^2 + (V_L - V_C)^2} = I_e \sqrt{X_R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ 이다. (5) 전류 I_e 와 저항의 전압 V_R 은 위상이 같다.

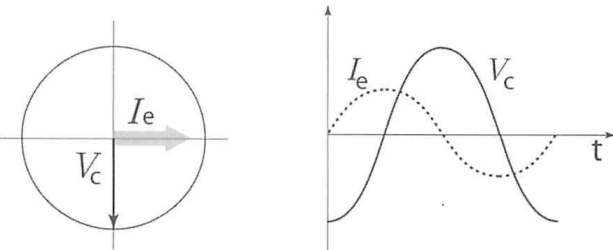
개념 POINT



(6) 그런데, 코일의 전압은 전류에 비해 90도만큼 빠르다. ($V \rightarrow I$) 따라서 코일의 전압은 \cos 모양이다. 이를 \sin 파형으로 바꾸면 $\sin(\omega t + 90)$ 이다.



(7) 반면, 축전기의 전압은 전류에 비해 90도만큼 느리다. ($I \rightarrow V$)



따라서 축전기의 전압은 $-\cos$ 모양이다. 이를 \sin 파형으로 바꾸면 $\sin(\omega t - 90)$ 이다.

26) [정답] (1) R : 일정, 축전기의 리액턴스 $X_C \downarrow$,

임피던스 $Z \downarrow$

(2) 전류 $I_e \uparrow$

(3) 저항에 걸린 전압 $V_R \uparrow$, 축전기에 걸린 전압 $V_C \downarrow$

(4) 소비 전력 $P \uparrow$

[해설]

교류회로에서 각 부품별로 형성되는 관계식은 $V_{(R,L,C)} = I_e X_{(R,L,C)}$ 이다.

즉, $V_R = I_e X_R$, $V_L = I_e X_L$, $V_C = I_e X_C$ 이다. 그리고 회로 전체의 경우도 $V_e = I_e Z$ 이다. 여기서

$X_C = \frac{1}{C\omega}$, $X_L = L\omega$, $X_R = R$ 이다.

주어진 회로처럼 $R-C$ 회로의 경우 $Z = \sqrt{X_R^2 + X_C^2}$ 이다. 결국 각진동수 ω 가 커지면 R 일정,

$X_C = \frac{1}{C\omega}$ 감소이므로 $Z = \sqrt{X_R^2 + X_C^2}$ 감소한다. 그리고 전류 I_e 는 증가한다.

($\omega \uparrow \Rightarrow X_R$ 일정, $X_C \downarrow \Rightarrow Z \downarrow \Rightarrow I_e \uparrow$)

전류 I_e 가 증가하면 $V_R = I_e X_R$ 도 증가하게 된다. ($I_e \uparrow \Rightarrow V_R \uparrow$)

주어진 조건에서 실효값 V_e 가 일정하다고 하였으므로 $V_e = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$ 에 의해 V_R 이 증가하므로 V_C 는 감소하게 된다. (V_e 일정 $V_R \uparrow \Rightarrow V_C \downarrow$)

교류전원의 전압을 전폭값 V 으로 주었으므로 이를 통해 전압의 실효값을 구할 수 있다.

$$V_e = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

소비전력은 $P = I_e^2 R$ 인데 I_e 가 증가하므로 소비전력도 증가한다. ($I_e \uparrow \Rightarrow P$)

[교류 수식들]

$$\left\{ \begin{array}{l} V_e(\text{일정}) = I_e(\uparrow) \quad Z(\downarrow) \\ V_R(\uparrow) = I_e(\uparrow) \quad X_R(\text{일정}) \\ V_C(\downarrow) = I_e(\uparrow) \quad X_C(\downarrow) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} Z = \sqrt{X_R^2 + X_C^2} \\ V_e = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \end{array} \right. \quad P = I_e^2 R \uparrow$$

27) [정답] ③

[해설] $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ 이다.

P : 주파수 ($\omega = 2\pi f$)에 영향을 받는 것은 코일과 축전기이다. 그래서 주파수를 증가시켰을 때 P 는 아무 관련이 없다. (X)

Q : $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$ 이기 때문에 주파수를 높이면 Z 가 증가한다. 그래서 전류 I 는 감소. 어두워진다. (X)

R : $Z = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{C\omega})^2}$ 이기 때문에 주파수를 높이면 Z 가 감소한다. 그래서 전류 I 는 증가. 밝아진다. (O)

28) [정답] (1) $L = \frac{R}{\omega}, C = \frac{1}{2R\omega}$

(2) $Z_1 = \sqrt{2}R, Z_2 = \sqrt{5}R$

(3) $I_{e,1} = \frac{V_e}{\sqrt{2}R}, I_{e,2} = \frac{V_e}{\sqrt{5}R}$

(4) $V_L : V_C = \frac{V_e}{\sqrt{2}} : \frac{2}{\sqrt{5}} V_e = \sqrt{5} : 2\sqrt{2}$

(5) $P_1 = \frac{V_e^2}{2R}, P_2 = \frac{V_e^2}{5R}$

(6) (나) (7) $\tan\theta_1 = 1, \tan\theta_2 = 2$

[해설] (가) 회로에서 주어진 값은 $V_e, \omega, X_R = R, X_L = R$ 이다. 우선 코일의 자체유도상수 L 는

$X_L = L\omega = R$ 에 의해 $L = \frac{R}{\omega}$ 이 된다. (1)

그리고 회로의 구성이 $R-L$ 이므로 교류회로 수식들에서 C 를 빼면,

$$\left\{ \begin{array}{l} V_e = I_e Z \\ V_R = I_e X_R \\ V_L = I_e X_L \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} Z = \sqrt{X_R^2 + X_L^2} \\ V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} \end{array} \right. \text{이므로}$$

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R \quad (2)$$

$$I_{e,1} = \frac{V_e}{\sqrt{2}R} \quad (3)$$

$$V_R = \frac{V_e}{\sqrt{2}R} \times R = \frac{V_e}{\sqrt{2}}$$

$$V_L = \frac{V_e}{\sqrt{2}R} \times R = \frac{V_e}{\sqrt{2}} \text{ 이 된다. } (4)$$

$$\text{결국 이 회로의 소비전력은 } P_1 = I_e^2 R = \frac{V_e^2}{2R} \text{ 이다. } (5)$$

(나) 회로에서 주어진 값은 $V_e, \omega, X_R = R, X_C = 2R$ 이다.

역시 축전기의 전기용량 C 는 $X_C = \frac{1}{C\omega} = 2R$ 에 의해 $C = \frac{1}{2R\omega}$ 이 된다. (1)

마찬가지로 교류회로 수식들을 활용하여 나머지 값들을 구해보면,

$$\left\{ \begin{array}{l} V_e = I_e Z \\ \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} Z = \sqrt{X_R^2 + X_C^2} \\ V_e = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \end{array} \right. \text{이므로}$$

개념 POINT

$$\begin{cases} V_R = I_e X_R \\ V_C = I_e X_C \end{cases} \\ Z_2 = \sqrt{R^2 + (2R)^2} = \sqrt{5} R \quad (2)$$

$$I_{e,2} = \frac{V_e}{\sqrt{5} R} \quad (3)$$

$$V_R = \frac{V_e}{\sqrt{5} R} \times R = \frac{V_e}{\sqrt{5}}$$

$$V_C = \frac{V_e}{\sqrt{5} R} \times 2R = \frac{2}{\sqrt{5}} V_e \text{가 된다.} \quad (4)$$

$$\text{결국 이 회로의 소비전력은 } P_2 = I_e^2 R = \frac{V_e^2}{5R} \text{이 된다.} \quad (5)$$

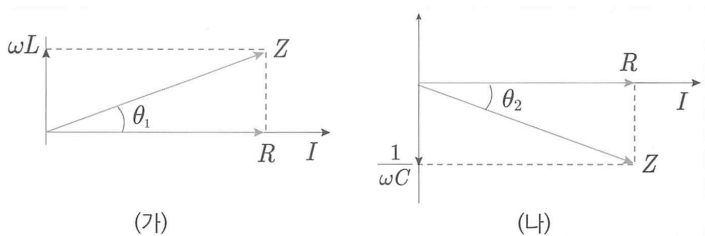
교류회로에서 부품별 특징, 즉 주어진 전류의 파형에 대해 저항 R 에 걸리는 전압의 파형은 위상차가 0이고 축전기 C 의 전압 파형은 90도만큼 느리고 (-90) , 코일 L 의 그것은 90도만큼 빠르다(+90)는 것은 이제 상식의 수준이 되어야 한다.

(ㄱ)는 $R-L$ 회로, 즉 L 우세인 회로이다. 코일 L 의 파형은 $V-I$ 순서이므로 전압이 $\sin(\omega t)$ 이면, 전류는 $\sin(\omega t - \theta)$ 이다.

반대로, (나)는 $R-C$ 회로, 즉 C 우세인 회로이다. 코일 C 의 파형이 $I-V$ 순서이므로 전압이 $\sin(\omega t)$ 이면, 전류는 $\sin(\omega t + \theta)$ 이다.

전압 V_e 과 전류 i_e 의 위상차를 뜻하는 θ 는 각 부품의 리액턴스 X_R, X_C, X_L 와 이의 벡터 합성에 해당하는 임피던스 Z 의 비율에 의해 결정된다. 즉 $\tan \theta = \frac{Z}{X_R}$ 이다. 따라서 (가)의 경우,

$$\tan \theta_1 = \frac{X_L}{X_R} = \frac{R}{R} = 1 \text{이고 (나)의 경우, } \tan \theta_2 = \frac{X_C}{X_R} = \frac{2R}{R} = 2 \text{이다.} \quad (7)$$



29) [정답] ② ㄴ

[해설]

교류 전압계는 교류 전압의 실효값(rms 값)을 측정한다.

교류 전류계의 경우도 교류 전류의 실효값(rms 값)을 측정한다.

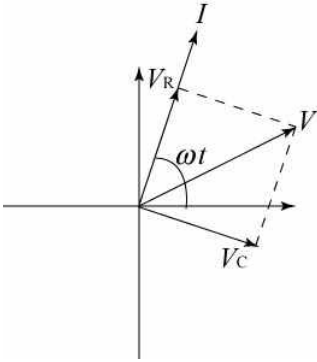
ㄱ. 전류가 50mA일 때, $V_{ab} + V_{bc} > V_{ac}$ 이다. (X)

ㄴ. 전류가 50mA일 때, $V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} > V_{ad}$ 이다. (O)

ㄷ. $\frac{V_{bd}}{V_{bc}}$ 의 비율은 $\frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{R}$ 이므로 가변변압기의 전압의 진동수가 그대로 라면 전류의 진폭이라 실효값과 관계없이 같다. 따라서 2배일 이유는 없다. (X)

30) [정답] (1) 풀이 참조 (2) 159Hz (3) -45° (4) 1000rad/s (5) 170mA

[해설] (1)



개념 POINT

$$(2) R = X_C \Rightarrow R = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC}$$

$$\Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} = 159\text{Hz}$$

(3) 위상자 그림에서 V_R 과 V_C 의 길이가 같으므로 총 전압 위상자 V 는 전류 위상자보다 45° 늦다.

(4) 시간이 흐르면 위상자는 각속도 ω 로 회전한다.

$$\omega = \frac{1}{RC} = 1000\text{rad/s}$$

(5) 총 임피던스는 $Z = \sqrt{2}R$ 이므로

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{2}R} = 170\text{mA}$$

31) [정답] ③ ㄷ

[해설]

ㄱ. 전류와 전압은 서로 단위가 다르므로 크기의 비교는 무의미하다. (X)

ㄴ. (가)의 크기는 $I_R \omega L$ 이므로 ω 가 커질수록 커진다. (X)

ㄷ. (가)의 (나)의 크기가 같을 때 임피던스가 최소가 되어서 이 회로에 가장 큰 전류가 흐른다. (O)